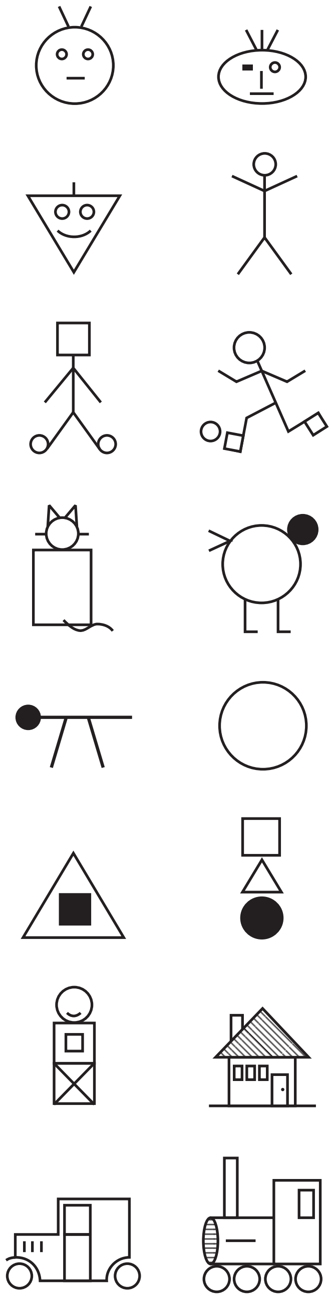
Hány éves a kapitány?

MEGOLDÁSOK

1. Első fejtörő

Te vezeted az utasszállító repülőt, a kapitány tehát annyi éves, ahány Te vagy.

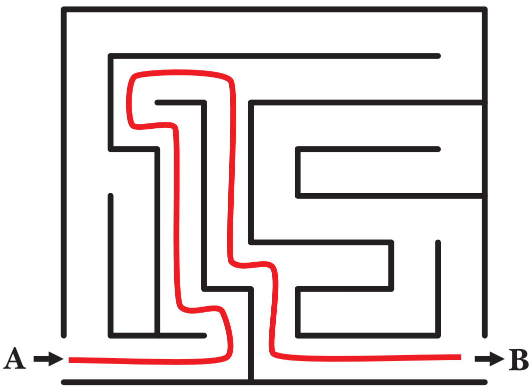
2. Szabálykitalálós



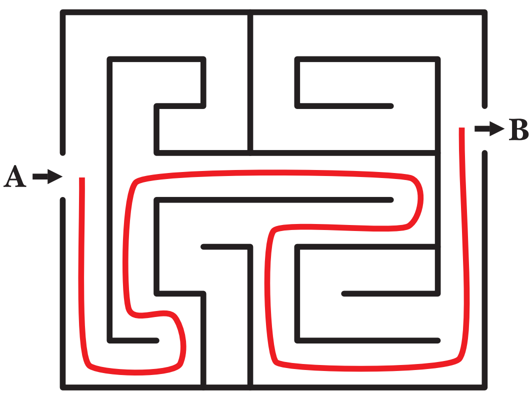
3. Útvesztők

Itt csak egy megoldást mutatunk be; egy-egy feladatnak lehetnek további megoldásai is!

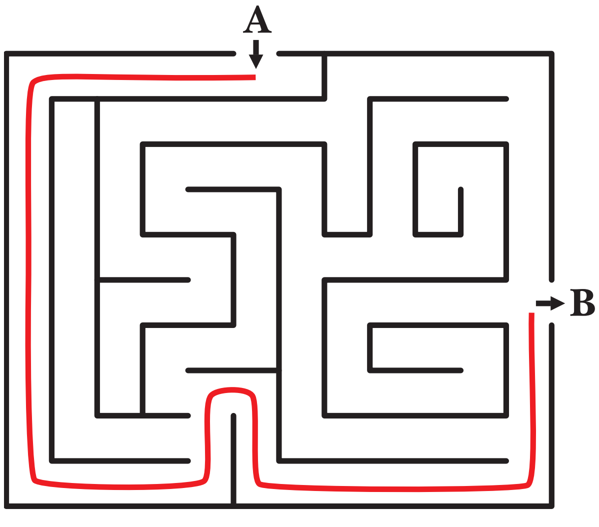
1.



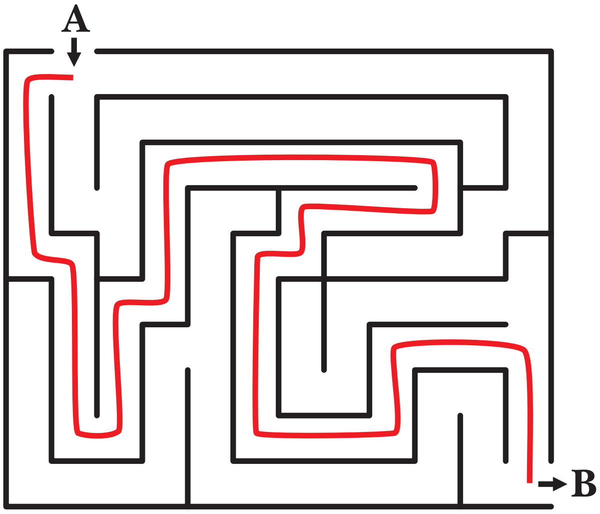
2.



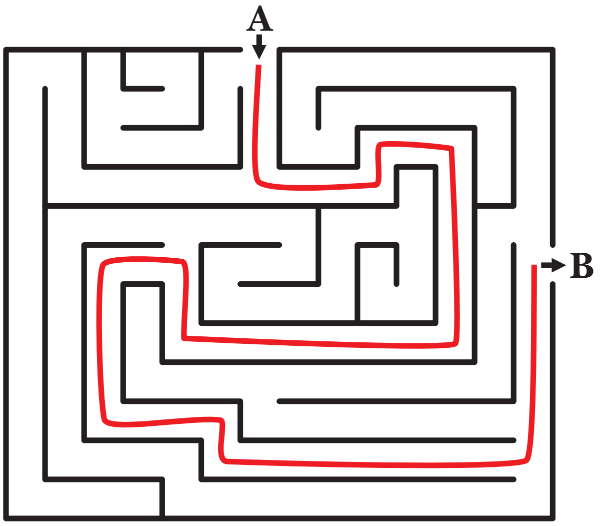
3.



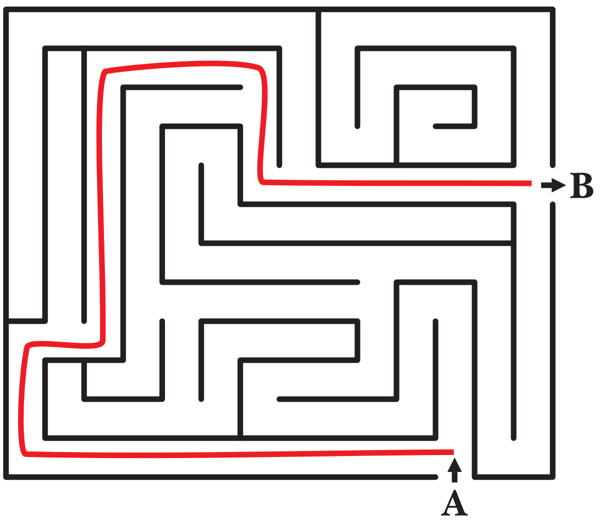
4.



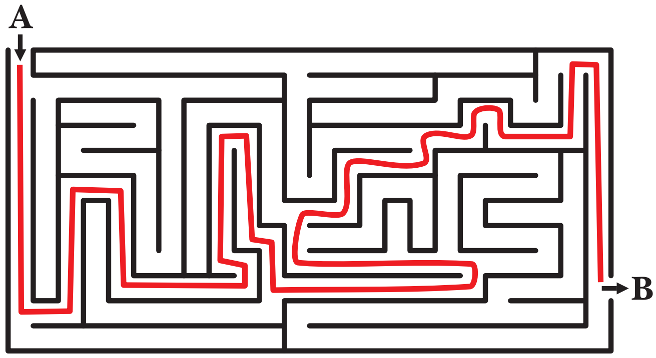
5.



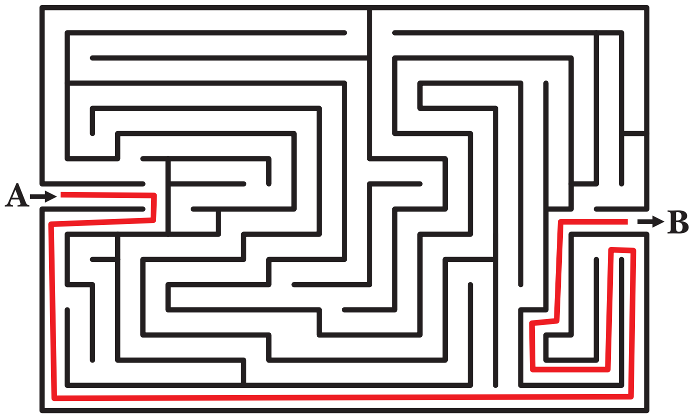
6.



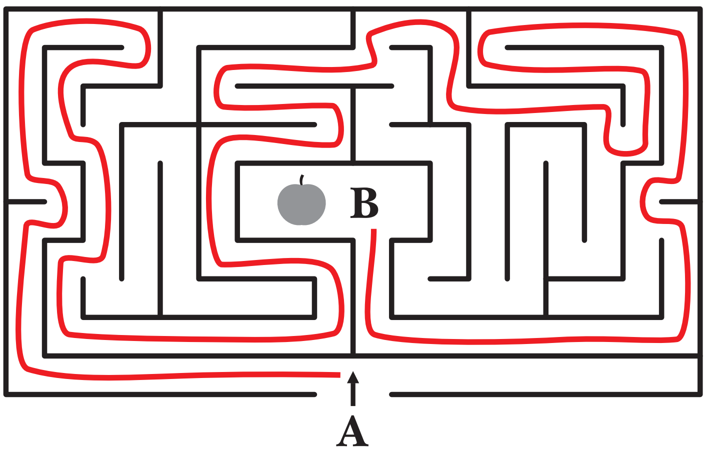
7.



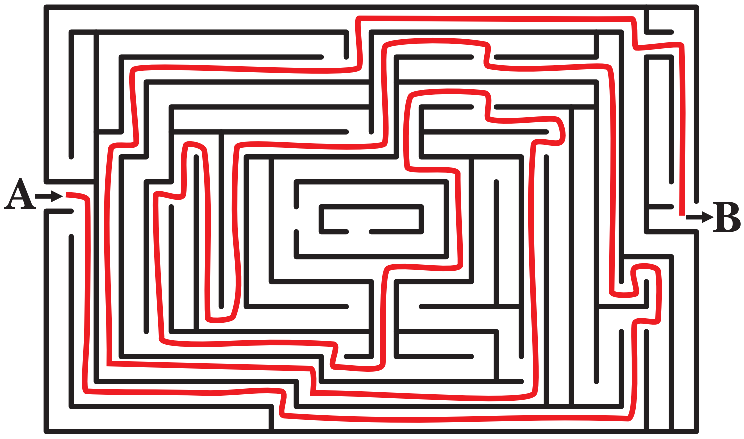
8.



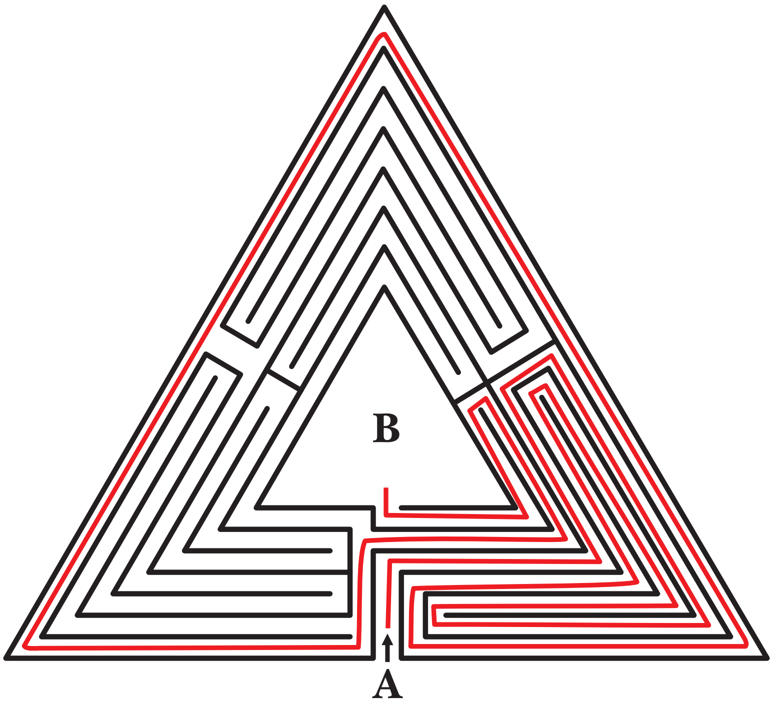
9.



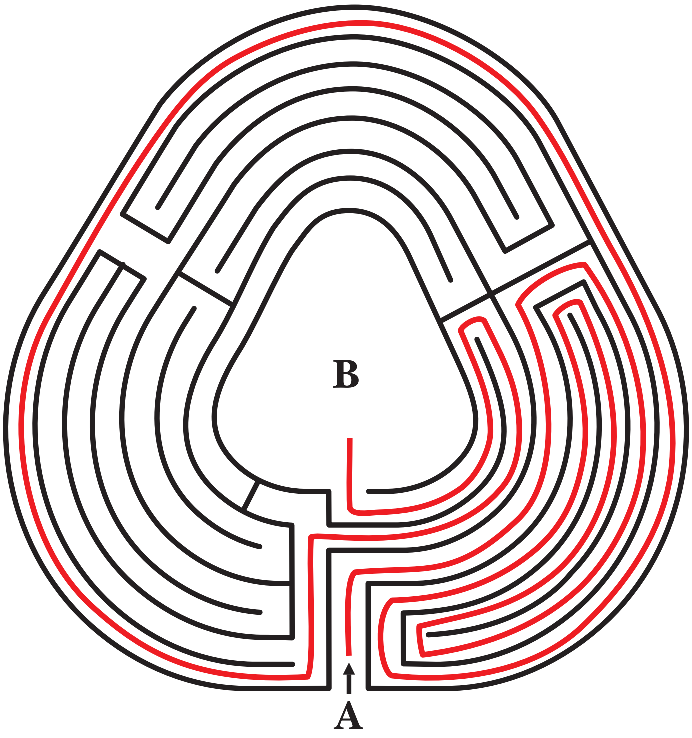
10.



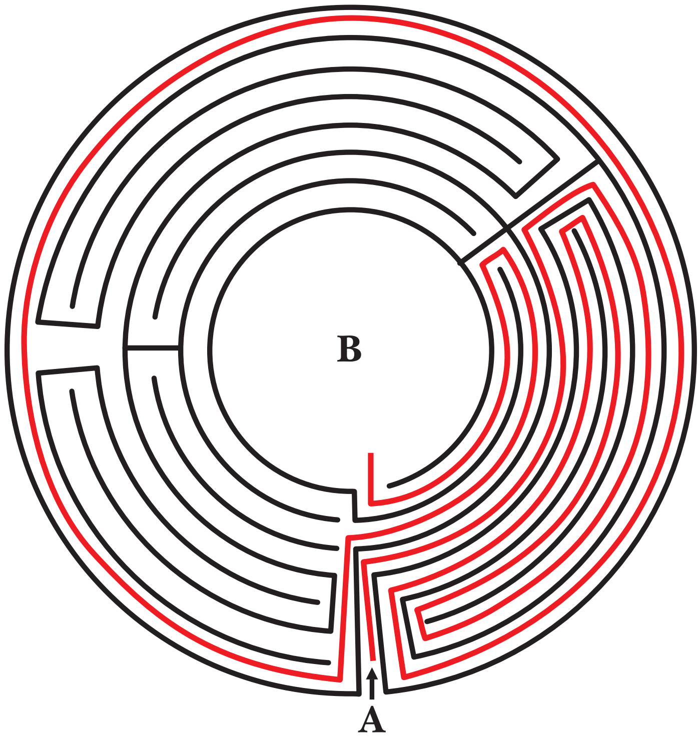
11.



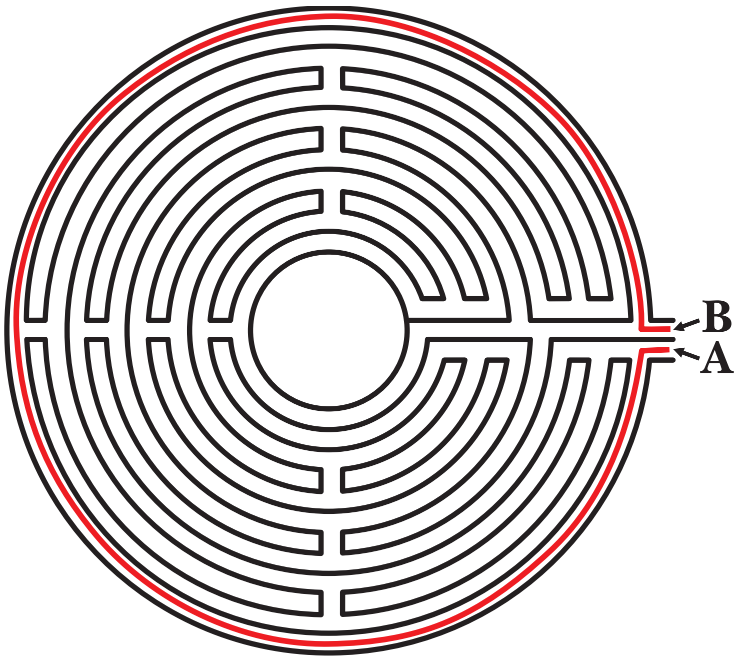
12.



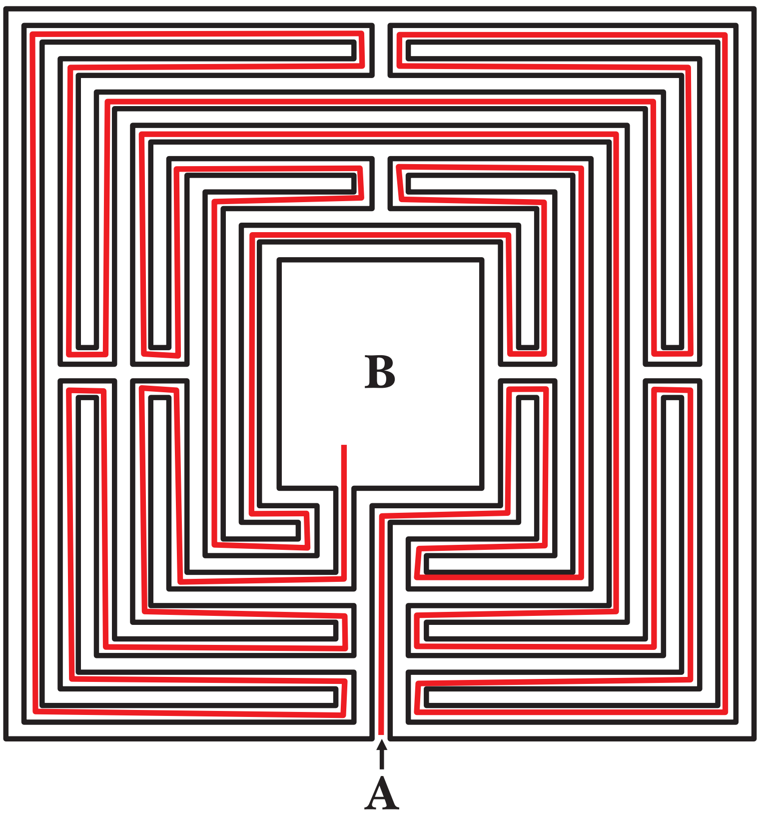
13.



14.

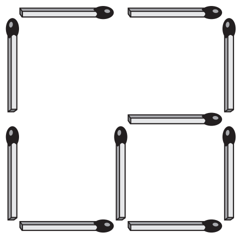


15.

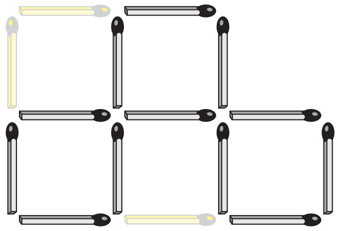


4. Gyufarejtvények

1.



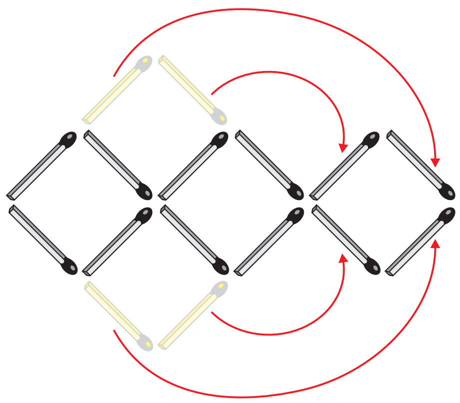
2.



3.

A feladat szövege helyesen:

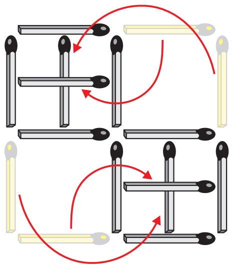
Úgy tegyél át máshová 4 gyufaszálat, hogy a tizenkét szál megint 3 négyzetet alkosson!



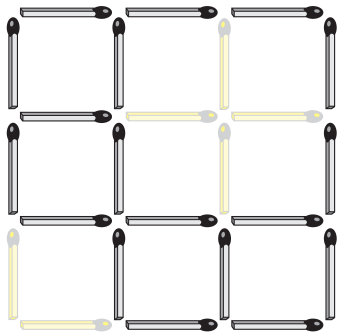
4.

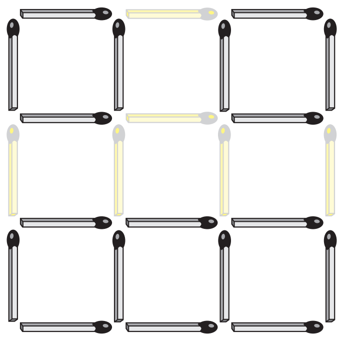
A feladat szövege helyesen:

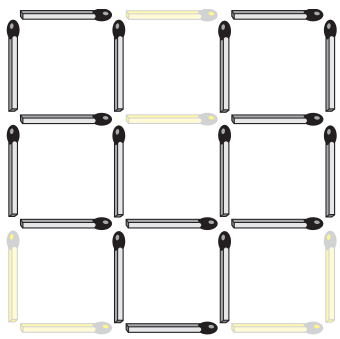
Tegyél át 4-et a 12-ből úgy, hogy együtt most 10 négyzetet alkossanak!



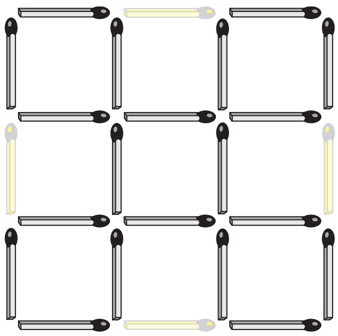
5.



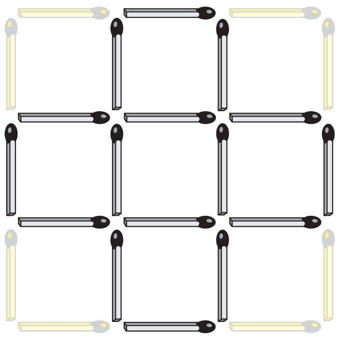




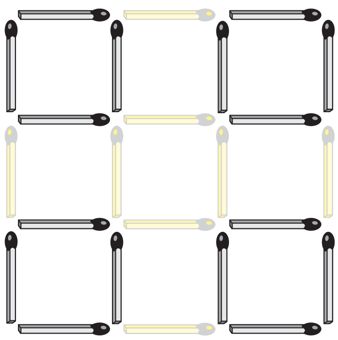
6.
a)

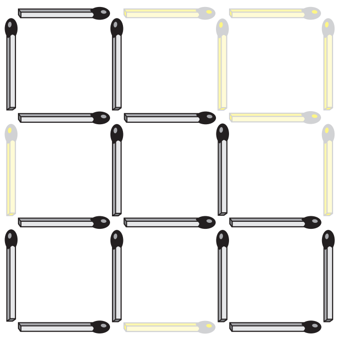


b)

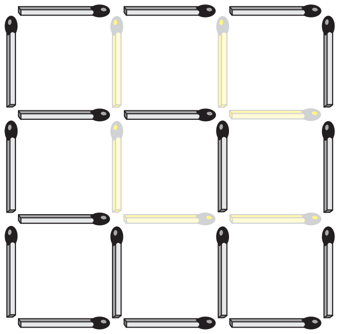


7.

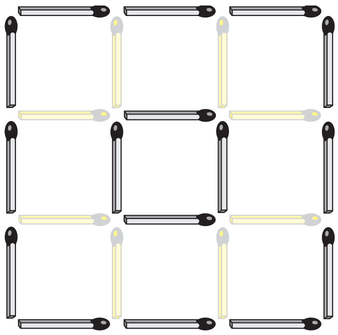


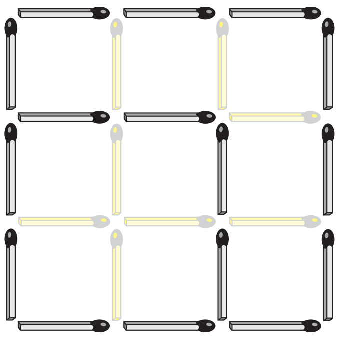


8.

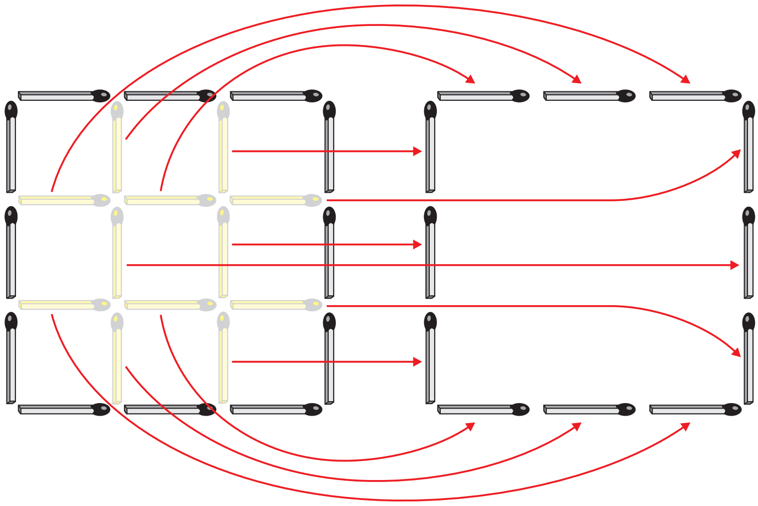


9.

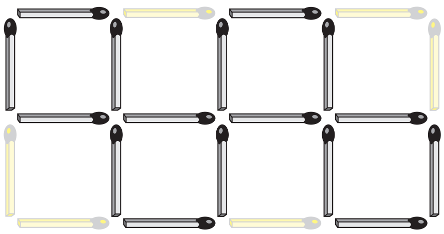




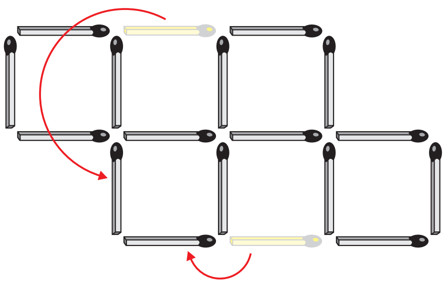
10.



11.

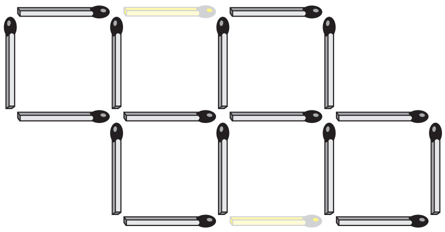


12.

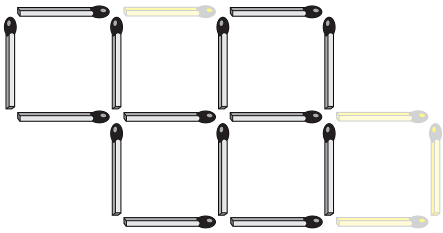


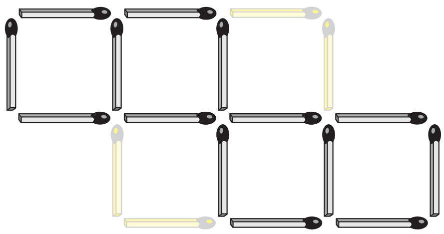
13.

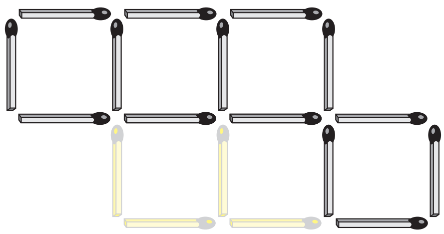
a)



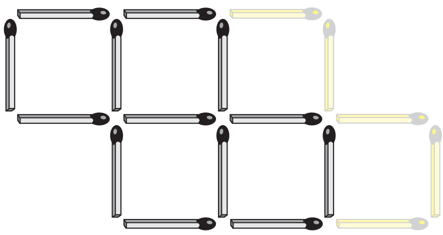
b)



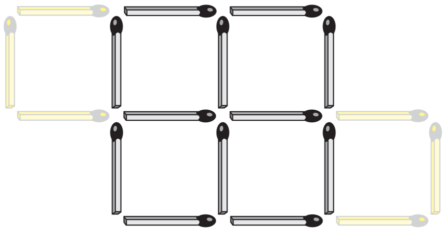




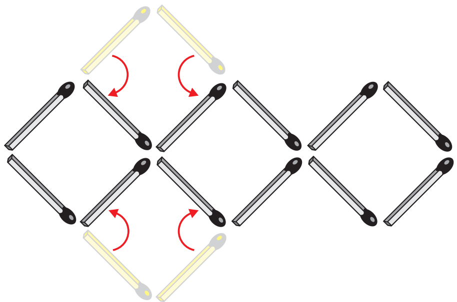
c)



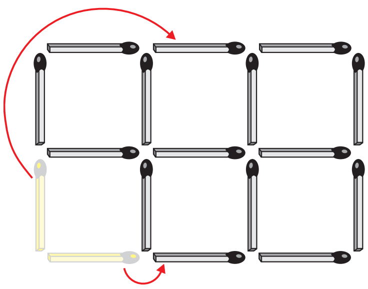
d)



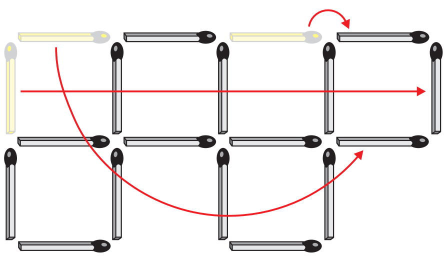
14.



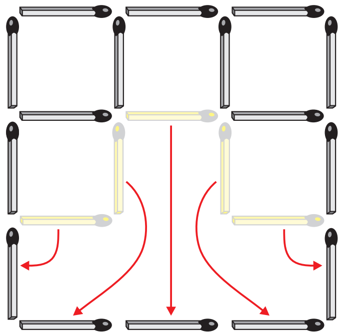
15.



16.
a)

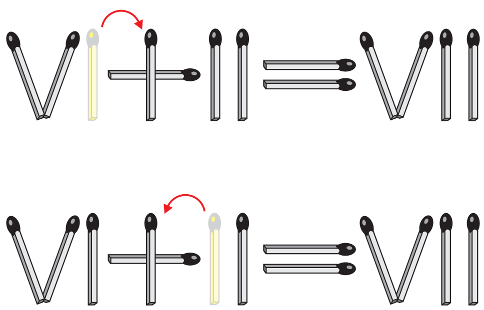


b)

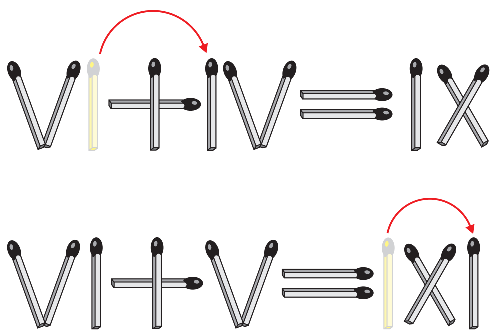


A következő feladatok szövege helyesen:
Ezek a gyufaszálakból kirakott egyenlőségek egytől egyig hamisak, de elég egy gyufaszálat máshová tenned, s mindjárt igazzá változnak. Próbáld csak meg!

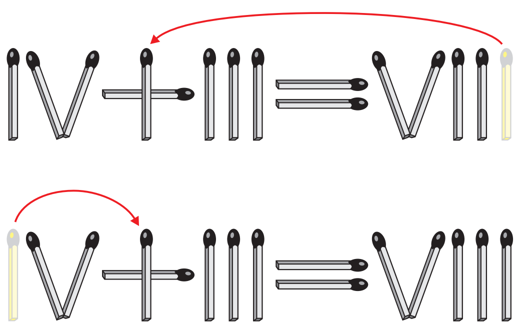
17.



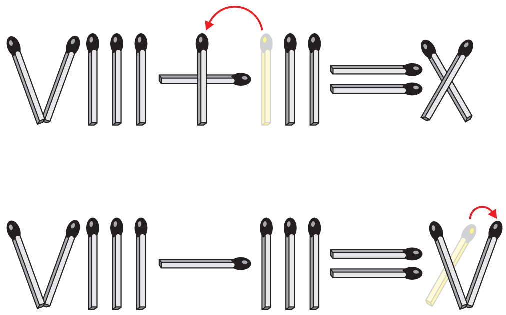
18.



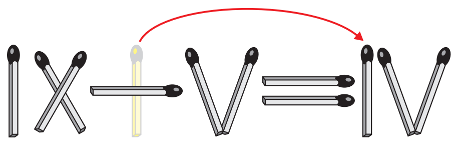
19.



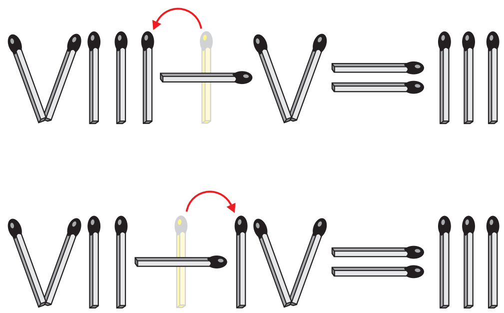
20.



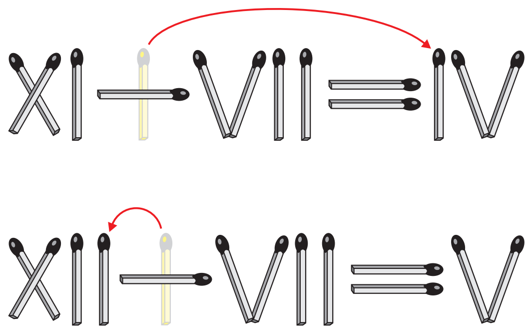
21.



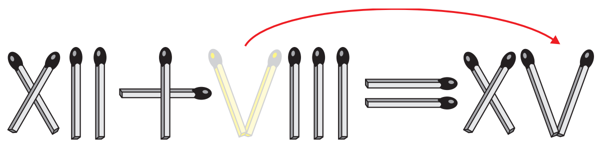
22.



23.



24.



5. Vajon milyen számokat kellene beírni az üres helyekre?

1.

15			
10	5		
7	3	2	
5	2	1	1

2.

11			
6	5		
3	3	2	
1	2	1	1

3.

20			
9	11		
6	3	8	
4	2	1	7

4.

29			
12	17		
5	7	10	
2	3	4	6

5.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

6.

7	15	2
3	8	13
14	1	9

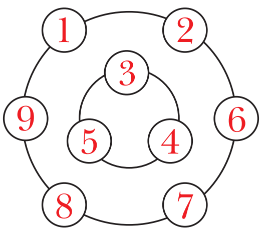
7.

1	5	3
2	7	6
4	8	9

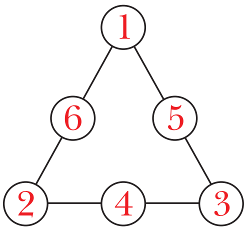
8.

2	4	6	1
8	3	10	12
14	16	18	5
20	7	22	24

9.



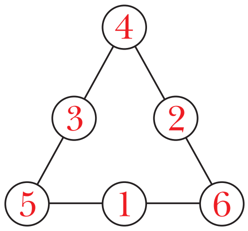
10.



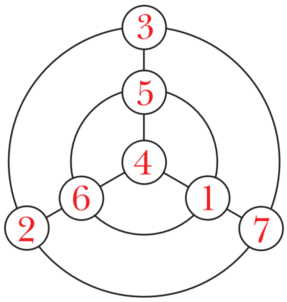
11.

A feladat szövege helyesen:

Írd be a kis körökbe a számokat 1-től 6-ig, de most úgy, hogy a háromszög mindhárom oldala mentén 10 legyen a számok összege!



12.



7. Villámkérdések

Első tíz

1. A kiinduló szám a legnagyobb háromjegyű szám kétszeresének a fele; a legnagyobb háromjegyű szám pedig a 999.
2. 1 és fél hurkapálcának is 4 vége van.
3. A korkülönbség nem változik az évek múlásával, az továbbra is 9 év.
4. 90 perc = másfél óra.
5. Az egyszerre meggyújtott tíz gyertya is másfél óra alatt ég el.
6. 4 bárány maradt életben.
7. A tavirózsa 30 perc alatt nőtte be az egész tavat, s egy perccel korábban még csak a tó felét; a tó felének benövéséhez tehát 29 perc kell.
8. Ha egy tavirózsa minden nappal kétszte több vízfelületet borít be, mint az előzőn és így 112 nap alatt növi be az egész tavat, akkor 111 nap alatt a tó felét növi be. 2 ilyen tavirózsa 111 nap alatt növi be az egész tó felületét.
9. A paszuly 60 perc alatt éri el a teljes magasságát, 59 perc alatt ennek a felét, és 58 perc alatt éri el magasságának negyedrészét.
10. Eredetileg 324 méh volt a méhrajban.

Második tíz

1. 100 = 98 + 2 = 14 · 7 + 2; 98 nap múlva tehát megint hétfő lesz, 100 nap múlva meg szerda.
2. 37 = 35 + 2 = 5 · 7 + 2, tehát 35 nappal ezelőtt szintén péntek volt, 37 nappal ezelőtt meg szerda.
3. Nem, mert az első vasárnap után eltelik még 5 hét a hatodik vasárnapig, és egy hónapban nem lehet 5 teljes hét.
4. 5 vasárnap már lehet egy hónapban: például a hónap 1., 8., 15., 22. és 29. napján.
5. 1009.
6. 910.
7. 299.
8. 200. (A nulla páros szám!)
9. 885.
10. 95 210.

Harmadik tíz

1. 90 darab kétjegyű szám van.
2. A legfeljebb kétjegyű pozitív egész számok: 1, 2, 3, ..., 98, 99. Ezeknek 99 a számuk.
3. A 36-nál nagyobb kétjegyű számokat megkaphatjuk úgy is, hogy az {1, 2, 3, ..., 98, 99} számok közül elhagyjuk az {1, 2, 3, ..., 35, 36} számokat. A 36-nál nagyobb kétjegyű számok száma tehát 99 – 36 = 63.
4. Az {1, 2, 3, ..., 998, 999} számok közül elhagyjuk az {1, 2, 3, ..., 98, 99} számokat, és azután a háromjegyű számok maradnak meg. A háromjegyű számok száma tehát 999 – 99 = 900.
5. Az 500-nál nagyobb háromjegyű számok száma: 999 – 500 = 499.
6. Az 500-nál kisebb háromjegyű számok száma: 499 – 99 = 400.
7. A 19 a tizedik kétjegyű szám.
8. A századik háromjegyű szám a 199.
9. Mindössze 1 közöttük a különbség.
10. Egyetlen olyan kétjegyű pozitív egész szám van, amelyben benne van a legkisebb és a legnagyobb számjegy, s ez a 90.

Negyedik tíz

1. 50.
2. 45.
3. 25.
4. 70.
5. 20.
6. 17.
7. 72.
8. 18.
9. 81.
10. 9.

Ötödik tíz

1. A 40-é.
2. 99 – 10 = 89-cel.
3. A 986.
4. A 888.
5. 348.
6. A 485 százasokra kerekített értéke: 500. A 485 tízesekre kerekített értéke: 490; a 485 százasokra kerekített értéke 10-zel nagyobb a tízesekre kerekített értékénél.
7. Vegyünk egy példát!
(10 + 12 + 14) – (11 + 13) = 10 + (12 – 11) + (14 – 13) = 10 + 1 + 1 = 12. Látható, hogy a végeredmény 2-vel nagyobb az első számnál. A keresett szám (a három páros szám közül a legkisebb) a 18.
8. Vegyünk megint egy példát!
11 + 12 + 13 + 14 + 15 = (13 – 2) + (13 – 1) + 13 + (13 + 1) + (13 + 2) = 13 + 13 + 13 + 13 + 13 =
= 5 · 13.
Látható, hogy öt egymást követő egész szám összege a középső szám 5-szöröse. 200 : 5 = 40, a keresett számok tehát: 38, 39, 40, 41, 42.
9. Egy szám kétszeresének és felének összegét 2-vel megszorozva a szám ötszörösét kapjuk. A keresett eredmény: 5 · 85 = 425.
10. Misi 4 jégkrémet evett meg, Róbert 6-ot.

Hatodik tíz

1. Két ilyen szám van: a 19 és a 91.
2. 14 ilyen szám van: 11, 12, 21, 13, 31 és 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.
3. Három ilyen szám van: 200, 110, 101.
4. Bármelyik úton megyünk fel a hegyre, 8-féle úton jöhetünk vissza róla. Mivel 8-féleképp juthatunk fel, azért összesen 8 · 8 = 64-féle útvonalon tehetjük meg az utat a hegy csúcsára és onnan vissza.
5. 8 · 3 = 24-et.
6. Az 1125.
7. Ez a szám a 4321.
8. Minden gyerek 3 játszmát játszik. Ez összesen 4 · 3 = 12 parti, de így minden játszmát kétszer számolunk. A sakkjátszmák száma tehát csak 12 : 2 = 6.
9. Mindenki 5 barátjával fogott kezet, ez összesen 6 · 5 = 30 kézfogás. Ezzel minden kézfogást megszámoltunk, sőt mindegyiket kétszer. A kézfogások száma tehát 30 : 2 = 15.

10. Ha 5 résztvevő van, akkor a koccintások száma $5 \cdot 4 = 20$-nak a fele. Ha 6-an vannak, akkor $6 \cdot 5 : 2 = 15$ lesz a koccintások száma; ha 7-en vannak, akkor $7 \cdot 6 : 2 = 21$ a koccintások száma; ha meg 8-an, akkor $8 \cdot 7 : 2 = 28$. A születésnapi bulin ilyenformán 8-an voltak.

Hetedik tíz

1. 3, 4, 5, 6, 7, 8 vagy 9.
2. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17.
3. 1, 2, 3, 4.
4. A 9.
5. A 6.
6. A 2.
7. A 992.
8. A 17.
9. A kettőből a szőlő a drágábbik.
10. Zöld golyóból van több.

Nyolcadik tíz

1. Béla 13 éves.
2. Mindkét gyerek 3 évvel lesz idősebb, az összeg $2 \cdot 3$-mal 26-ra nő.
3. Péter 12 éves.
4. 7 év $7 \cdot 3 = 21$ hónapból áll, a 21 hónap $21 \cdot 9 = 189$ napig tart.
5. Szundi $6 \cdot 5 \cdot 3 = 90$ éves.
6. 20 lapból áll egy füzet.
7. A könyv 400 forintba került.
8. 200 forintom volt eredetileg.
9. 6 golyót.
10. 24 pirula.

Kilencedik tíz

1. Béla 12 éves.
2. 3 év múlva a négy gyermek életkorának összege $20 + 4 \cdot 3 = 32$ év lesz.
3. Az apám $31 – 8 = 23$ évvel idősebb nálam. Amikor kétszer olyan idős, mint én, akkor ő 46 éves, én meg 23.
4. Az egyik 69 éves, a másik 81.
5. Ufoka $156 : 4 = 39$ évet töltött az űrhajón, és azt $39 : 3 = 13$ évig vezette.
6. Egy tégla 4 kilogramm, két tégla 8 kilogramm.
7. A könyv 300 forintba került.
8. Eredetileg 150 forintom volt.
9. Eredetileg 400 forintom volt.
10. A hegedű 8500 forintba került.

Tizedik tíz

1. 27 év múlva.
2. Attila most 10 éves.
3. 10 év múlva Mónika 20 éves lesz, anyukája 40 éves.
4. A korkülönbség $31 – 9 = 22$ év. Édesapám $22 : 2 = 11$ éves koromban lehet háromszor annyi idős, mint én, vagyis 33 éves. Most tehát 11 éves vagyok.
5. A korkülönbség $42 – 6 = 36$ év. Ödönke életkora $36 : 3 = 12$ év akkor, amikor az apja $12 + 36 =$
$= 4 \cdot 12 = 48$ éves, vagyis 4-szer annyi idős, mint Ödönke. Életkoruk összege $12 + 48 = 60$ év.

6. A 9918.
7. A szorzat osztható 5-tel és páratlan, ezért 5-re végződik.
8. 90 kétjegyű szám van, a felük páros, a másik felük páratlan. 45 páratlan szám összege páratlan, s ha ahhoz páros számokat adunk, akkor az összeg páratlan marad. A végeredmény tehát páratlan lesz.
9. 900 háromjegyű szám van, a felük páros, a felük páratlan. 450 páratlan szám összege páros, s ha ahhoz páros számokat adunk, akkor az összeg páros marad. A végeredmény ilyenformán páros lesz.
10. Az 1-gyel eltérő két szám az 1000 és a 999. Az összegük 1999.

Tizenegyedik tíz

1. A két szélső fa távolsága $9 \cdot 4 = 36$ méter.
2. A legidősebb és a legfiatalabb gyerek között $5 \cdot 2 = 10$ év a korkülönbség.
3. Az 5 tablettát félórás különbségekkel 2 óra alatt veszi be a beteg.
4. Az utolsó napon már nem vág, hiszen az előző nap a 4 méteres darabot kettévágta két darab 2 méteres részre.
5. Négyszer kell vágni, s ez $4 \cdot 3 = 12$ percig tart.
6. Feltehetjük, hogy a fűrésszel egyszerre csak egy rudat vágunk. Egy rúd öt egyenlő részre vágásához négyszer kell vágni, ez $4 \cdot 3 = 12$ percbe telik. A három rúd feldarabolása $3 \cdot 12 = 36$ percig tart.
7. A családban 4 fiú és 1 lány gyerek van.
8. A szoba mind a négy sarkában ül egy macska, és nincs több macska a szobában.
9. Ha a négy sarokba és mind a négy oldal közepére állítunk egy-egy őrbódét, akkor 8 őrbódé is elég.
10. A kiskert egy-egy oldalára 5 cölöp kerül. A sarkokba kerülnek cölöpök, és 3–3 cölöp minden oldal két vége közé.

Tizenkettedik tíz

1. Ha 3 tyúk 3 nap alatt 3 tojást tojik, akkor 6 tyúk 3 nap alatt 6 tojást tojik, 6 tyúk 6 nap alatt 12 tojást.
2. Ha 6 tyúk 3 nap alatt 8 tojást tojik, akkor 3 tyúk 3 nap alatt 4 tojást, s 3 tyúk 9 nap alatt 12-t.
3. Az a 3 tyúk, amelyik minden nap 1 tojást tojik, a 6 nap alatt $6 \cdot 3 = 18$ tojást tojik. A kétnaponta tojó tyúkok a 6 nap alatt 3–3 tojást tojnak, összesen tehát $3 \cdot 3 = 9$ tojást.
4. A tíz tyúk $5 \cdot 10 + 5 \cdot 5 = 75$ tojást tojik tíz nap alatt.
5. Ha 3 cica 3 perc alatt 3 pohár tejet iszik meg, akkor 1 cica 3 perc alatt 1 pohár tejet iszik, és 9 cica 3 perc alatt 9 pohárnyit. A válasz tehát 3 perc.
6. Ha 2 macska 2 óra alatt 2 egeret fog, akkor 4 macska 2 óra alatt 4 egeret, és 4 macska 4 óra alatt 8-at.
7. Ha két fiú két perc alatt két pohár tejet iszik meg, akkor négy fiú két perc alatt négy pohár tejet, és négy fiú négy perc alatt nyolc pohárnyit.
8. Ha 2 nyuszi 2 óra alatt 4 répát eszik meg, akkor 4 nyuszi 2 óra alatt 8 répát, és 4 nyuszi 4 óra alatt 16-ot.
9. Ha 4 sütőben 4 óra alatt 48 cipó sül meg, akkor 4 sütőben 2 óra alatt 24 cipó, és 8 sütőben 2 óra alatt 48 cipó. (Ez a gyakorlatban nincs feltétlenül így. Nyilván nem igaz például az a következtetés, hogy ha 1 sütőben 1 óra, vagyis 60 perc alatt 60 cipó sül meg, akkor 1 sütőben 1 perc alatt 1 cipó sül meg.)
10. Ha 4 sütőben 4 óra alatt 48 cipó sül meg, akkor 4 sütőben 1 óra alatt 12 cipó, 2 sütőben 1 óra alatt 6 cipó, és 2 sütőben 6 óra alatt 36 cipó.

Tizenharmadik tíz

1. A nagyobbik papírdarabnak 5 oldala van.
2. Minden vágás legfeljebb megkétszerezi az addigi darabok számát, és csak akkor kétszerezi meg valóban, ha a vágás mindegyik darabot kettévágja. Emiatt egy vágás után 2 darabot, két vágás után 4-et, három vágás után 8-at kaphatunk. A sajtot 3 vágással legfeljebb 8 részre lehet osztani, s ez elérhető 3 páronként merőleges vágással.
3. Az 1000-es számot százasokra való kerekítéssel kaptuk. A falu lakosainak lehetséges legnagyobb száma (a négytagú család elköltözése előtt) 953 fő.
4. 360 nap 360 : 10 = 36 hónapot tesz ki, a 36 hónap pedig 36 : 3 = 12 évet.
5. Eredetileg 2 · 8 = 16 fiú és 16 lány volt a társaságban, vagyis 32-en voltak.
6. A két mókus 20 és 10 szem mogyorót kapott.
7. Ha a gokart 8 métert tesz meg fél másodperc alatt, akkor 1 másodperc alatt 16 métert tesz meg, 8 másodperc alatt meg 8 · 16 = 128 métert.
8. Nézzünk egy példát!
11 + 12 + 13 = (12 –1) + 12 + (12 + 1) = 12 + 12 + 12 = 3 · 12. Ebből már látszik, hogy három egymás utáni egész szám összege a középső szám 3-szorosa. 99 : 3 = 33, a keresett számok tehát: 32, 33, 34.
9. 15 : 3 = 5; a keresett számok: 3, 5, 7.
10. 66 : 3 = 22; a keresett számok: 20, 22, 24.

8. Játsszunk!

1. Kövessük visszafelé a játék menetét.
Ha nyerni akarok, célszerű arra törekednem, hogy társam előtt 4 korong maradjon. Mindet ugyanis nem fogja tudni elvenni, de én már elvehetem az általa meghagyott 1, 2 vagy 3 korongot. Még előbb pedig 8 korongot kell hagynom az asztalon, mert bármennyit vesz el belőle a társam, azt kiegészítem 4-re, és így majd 4 korong marad. Ha én vagyok a kezdő játékos, akkor biztosan nyerhetek, éspedig a következő stratégiával: a 10 korongból elveszek 2-t, majd 4-re egészítem ki a társam által elvett korongok számát (vagyis ha 1-et vesz el, akkor én 3-at; ha 2-t, akkor én 2-t; ha meg 3-at vesz, akkor én 1-et).
A nyerő helyzeteket akartam tehát megtalálni. Ha sikerül az asztalon 8 korongot, majd 4-et hagynom, akkor már levehetem a végén a megmaradtakat – és nyerek.
2. Kövessük a játék menetét visszafelé.
Ha nyerni akarok, akkor érdemes arra törekednem, hogy társam előtt 1 korong maradjon, mert akkor azt kénytelen elvenni. Ehhez előbb 5 korongot kell hagynom az asztalon, s még korábban 9-et. Ha én vagyok a kezdő játékos, akkor biztosan nyerhetek, a következő stratégiával: a 10 korongból elveszek 1-et, majd 4-re egészítem ki a társam által elvett korongok számát (ha tehát 1-et vesz el, akkor én 3-at; ha 2-t, akkor én 2-t; ha meg 3-at, akkor én 1-et).
A nyerő helyzeteket akartam tehát megtalálni. Ha sikerül az asztalon 9, majd 5, végül 1 korongot hagynom, akkor a társam kénytelen elvenni el az utolsó korongot – és én nyerek.

9. Folytassa..., aki tudja!

1.
a) 11 (2-esével nő a sorozat)
b) 26 (4-esével nő)
c) 2 (2-esével csökken)
d) 6 (2-esével nő)
e) 8 (2-szeresére nő)
f) 15 (az egymás utáni elemek rendre 2-vel, 8-cal, 2-vel, 8-cal, ... nőnek)
g) 24 (az egymás utáni elemek rendre 3-mal, 1-gyel, 3-mal, 1-gyel, ... nőnek)

h) 10. Ez olyan típusú sorozat, mint az előbbiek. Vegyük minden második elemét, s így két sorozatra bomlik: 7, 8, 9, ... és 11, 12, 13, ...
Nevezzük az ilyen sorozatot kettős sorozatnak.
i) 26 (kettős sorozat)
j) 22 (kettős sorozat)
k) 9 (kettős sorozat)
l) 28 (kettős sorozat)
m) 41 (kettős sorozat)
n) 1 (kettős sorozat)
o) 30 (kettős sorozat)
2.
a) 23. A következő elemek úgy adódnak, hogy az elsőhöz hozzáadunk 1-et, az így kapott másodikat megszorozzuk kettővel, az így kapott harmadikhoz megint hozzáadunk 1-et stb. Jelöljük ezt így: + 1, · 2.
b) 49 (· 2, – 1)
c) 216 (· 2, · 3)
d) 225 (+ 3, · 3)
e) 4 (– 3, : 3)
f) 18 (+ 3, + 2, : 3, : 2)
g) 27 (– 3, : 2, · 3)
h) 15 (– 3, · 3, – 4, · 4, – 5, · 5, ...)
i) 36 (1 · 1 = 1, 2 · 2 = 4, 3 · 3 = 9, 4 · 4 = 16, 5 · 5 = 25, 6 · 6 = 36, 7 · 7 = 49, ...)
j) 49 (10 · 10 = 100, 9 · 9 = 81, 8 · 8 = 64, 7 · 7 = 49, 6 · 6 = 36, 5 · 5 = 25, ...)
k) 23 (+ 1, + 2, + 3, + 4, + 5, ...)
l) 34 (Mindegyik elem az előző kettő összege. Ezt a sorozatot Fibonacci-sorozatnak nevezik.)
m) 720 (1, 2 · 1 = 2, 3 · 2 · 1 = 6, 4 · 3 · 2 · 1 = 24, 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 120, 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1 = 720, ...)
n) 127 (az utolsó számhoz hozzáadjuk a szám számjegyeinek összegét: 122 + (1 + 2 + 2) = 127)
o) 8 (a következő elem az előző szám számjegyeinek szorzata)
3. Az első sor három táblázatához tartozó megoldás:
◊ 10. A táblázat második sorába a fölötte levő számnál 2-vel nagyobb szám kerül.
◊ 22. A táblázat második sorába a fölötte levő szám 2-szerese kerül.
◊ 3. A táblázat második sorába a fölötte levő szám harmadrésze kerül.
A harmadik sor három táblázatához tartozó megoldás:
◊ 30. A sorokban a harmadik elem mindig az előző két elem szorzatának a kétszerese.
◊ 15. Az oszlopokban álló számok: x, $2x$, $2x + 3$.
◊ 13. Az oszlopokban álló számok: x, $3x$, $3x + 4$.
A negyedik sor táblázatához tartozó megoldás:
◊ Az oszlopokban a harmadik elem mindig a nagyobbik az előző két elem közül.

10. Hová pottyant a kakukktojás?

1. (B) 16. A felsorolt számok mind négyzetszámok.
2. (D) 76. Olyan számpárokat képezhetünk belőlük, amelyekben a két számnak 100 az összege.
3. (D) 18. A felsorolt számok mind oszthatók 3-mal.
4. A 27 : 91 a kakukktojás, mert a többi időpontot (órát és percet) mutat.

12. Előbb jól nézd meg, azután számolj!

Első tíz

1. (1 + 2 + 3 + ... + 49 + 50) + (99 + 98 + 97 + ... + 51 + 50) = (1 + 99) + (2 + 98) + (3 + 97) + ... + 49 + 51) + (50 + 50) = 100 + 100 + 100 + ... + 100 + 100 = 50 · 100 = 5000.
2. 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... + 91 + 93 + 95 + 97 + 99 = (1 + 99) + (3 + 97) + ... + (49 + 51) = = 25 · 100 = 2500.
3. 0 + 1 + 2 + 3 + ... + 97 + 98 = 1 + 2 + 3 + ... + 97 + 98 + 99 – 99 = (1 + 99) + (2 + 98) + ... + + (49 + 51) + 50 – 99 = 100 + 100 + ... + 100 + 50 – 99. A végeredmény 10 – 9 = 1-re végződik.
4. 99 – 97 + 95 – 93 + 91 – 89 + ... + 7 – 5 + 3 – 1 = (99 – 97) + (95 – 93) + (91 – 89) + … + (7 – 5) + (3 – 1) = 2 + 2 + 2 + ... + 2 + 2 = 25 · 2 = 50.
5. 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + ... + 99 – 100 + 101 = (101 – 100) + (99 – 98) + ... + (5 – 4) + (3 – 2) + + 1 = 51 · 1 = 51.
6. (11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11) – (9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9) = 6 · (11 – 9) = 12.
7. (2006 + 2005 + 2004) – (2003 + 2002 + 2001) = (2006 – 2003) + (2005 – 2002) + + (2004 – 2001) = 3 + 3 + 3 = 9 = 2001 – 1992.
8. A 2 + 4 + 6 + 8 + 10 összeg értéke páros, a többi összeg értéke páratlan.
9. 100 · 9 + 20 · 9 + 3 · 9 = ...0 + ...0 + ...7 = ...7.
10. 480 : 2 értéke a legnagyobb, hiszen a 480-at itt osztjuk legkevesebb részre.

Második tíz

1. 1 · 4 · 16 = 2 · 8 · 4
2. 1 · 10 · 2 · 10 · 3 · 10 = (10 · 2) · (10 · 3) · 10 = 10 · 20 · 30
3. 248 · 5 = (124 · 2) · 5 = 124 · 10
4. 244 · 25 = (61 · 4) · 25 = 61 · 100
5. 12 · 25 = (3 · 4) · 25 = 3 · (4 · 25) = 300
6. 34 · 11 = 34 · (10 + 1) = 34 · 10 + 34 = 340 + 34 = 374
7. 35 · 9 = 35 · (10 – 1) = 35 · 10 – 35 = 350 – 35 = 315
8. (77 777 + 7) : 7 = (7 · 11 111 + 7) : 7 = 11 111 + 1 = 11 112.
9. 10 + 20 + 30 + 40 = (1 + 2 + 3 + 4) · 10.
10. 13 · 11 + 17 · 11 = 11 · (13 + 17) = 11 · 30

14. Játék a számokkal

Első tíz

1. (7 – 1) · 4 – 5 = 19.
2. (5 – 3) · (8 – 1) = 14.
3. (7 – 1) · 7 – 8 = 34.
4. 9 · 8 – 4 · 7 = 44.
5. 4 · 4 + 6/2 = 19.
6. (8 – 1) · 4 – 4 = 22.
7. (7 – 3) · 8 + 5 = 37.
8. (9 – 3) · (8 + 5) = 78.
9. 6 · (1 + 1) – 5 = 7.
10. 6 · 9 – 2 – 1 = 51.

Második tíz

1. 7 · 7 + 3 + 3 = 55.
2. 8 · 8 – 6 · 4 = 40, 8 + 8 + 6 · 4 = 40, vagy (8 + 8 – 6) · 4 = 40.
3. (6 – 1) · 2 + 7 = 17.
4. (7 – 2) · 6 + 1 = 31.
5. (6 – 2) · (7 + 1) = 32.
6. (6 – 1) · 7 – 2 = 33.
7. (7 – 1) · 6 – 2 = 34.
8. (8 + 2) · 5 – 7 = 43.
9. (6 + 3) · 9 – 1 = 80.
10. (8 · 7 – 1) · 2 = 110.

Harmadik tíz

1. 4 + (8 – 3) · 5 = 29.
2. (9 – 1) · 9 – 3 = 69.
3. (4 + 2) · 6 – 1 = 35.
4. 9 · (5 – 2) – 8 = 19.
5. (9 – 7) · 9 – 7 = 11.
6. (9 – 6) · 9 – 5 = 22.
7. (7 · 2 – 1) · 2 = 26.
8. 7 · (9 – 2) – 5 = 44.
9. 8 · (6 – 1) – 9 = 31.
10. (8 + 8) · 3 – 2 = 46.

Negyedik tíz

1. 4 · (1 + 3 · 8) = 100.
2. 3 · (1 + 4 · 8) = 99.
3. (7 + 6) · (8 – 4) = 52.
4. 3 · 3 – 3/3 = 8.
5. (4 · 4 + 2) · 5 = 90.
6. (7 · 2 – 2) · 3 = 36.
7. (7 · 3 – 2) · 2 = 38.
8. (4 + 4) · 6-5 = 43.
9. (3 · 7 – 1) · 5 = 100.
10. 9 · (2 + 1) – 2 = 25.

15. Találd ki, milyen műveleteket kell végezni a számokkal!

1.
a) (1 + 2) : 3 = 1
b) 1 · (2 + 3 – 4) = 1, (1 – 2) · (3 – 4) = 1, (1 – 2) : (3 – 4) = 1
c) [(1 + 2) · 3 – 4] : 5 = 1
d) (1 · 2 + 3 – 4 + 5) : 6 = 1
e) {[(1 + 2) · 3 – 4] : 5 + 6} : 7 = 1
f) {[(1 + 2) : 3] · 4 + 5 + 6 – 7} : 8 = 1
g) (1 · 2 + 3 + 4 – 5 + 6 + 7 – 8) : 9 = 1
2. Többféle megoldás is lehetséges; bemutatunk közülük néhányat.
a) 7 · 3 + 2 – 5 – 8 = 10,
b) 5 · 5 – 2 · 5 – 5 = 10; vagy 6 + 3 · 4 – 2 – 6 = 10;
c) 8 · 2 + 4 – 6 – 4 = 10;

d) $6 \cdot 3 - 4 + 2 - 6 = 10$, vagy $7 + 3 \cdot 2 + 5 - 8 = 10$; vagy $6 \cdot 3 + 4 - 2 \cdot 6 = 10$,
e) $4 + 3 - 5 + 3 + 5 = 10$.
3. $(7 \cdot 9 + 12) : (3 - 2) = 75$.
4. $5 \cdot 4 : (2 + 8) - 2 = 0$.
5. $5 \cdot (4 : 2 + 8 - 2) = 40$.
6. $(3 + 3) \cdot (3 + 3) \cdot (3 + 3) \cdot (3 + 3) = 1296$.
7. $(3 + 3 + 3) : 3 = 3$,
$3 \cdot 3 - 3 - 3 = 3$,
$3 \cdot (3 - 3) + 3 = 3$,
$3 + 3 \cdot (3 - 3) = 3$,
$(3 - 3) \cdot 3 + 3 = 3$.
8. $0 = 2 - 2 + 2 - 2$,
$1 = 22 : 22$, $1 = (2 + 2) : (2 + 2)$,
$2 = 2 : 2 + 2 : 2$,
$3 = 2 + 2 - 2 : 2$, $3 = (2 + 2 + 2) : 2$,
$4 = 2 + 2 + 2 - 2$, $4 = 2 \cdot 2 + 2 - 2$,
$5 = 2 + 2 + 2 : 2$,
$6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2$,
$8 = 2 + 2 + 2 + 2$,
$9 = 22 : 2 - 2$,
$10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2$.
9. $1 = 7 : 7 + 7 - 7$,
$2 = 7 : 7 + 7 : 7$,
$3 = (7 + 7 + 7) : 7$,
$4 = 77 : 7 - 7$,
$5 = 7 - (7 + 7) : 7$,
$6 = (7 \cdot 7 - 7) : 7$,
$7 = 7 + (7 - 7) \cdot 7$,
$8 = (7 \cdot 7 + 7) : 7$,
$9 = 7 + (7 + 7) : 7$,
$10 = (77 - 7) : 7$.
10. $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 = 10$,
$5 \cdot 5 - 5 - 5 - 5 = 10$,
$11 - 1 + 1 - 1 = 10$,
$3 + 3 + 3 + 3 : 3 = 10$,
$4 + 4 + (4 + 4) : 4 = 10$,
$6 + 6 - (6 + 6) : 6 = 10$,
$9 + 99 : 99 = 10$,
$66 : 6 - 6 : 6 = 10$.

16. A számok világában

1.
a) $33 - 8 = 26 : 2 + 2 \cdot 6$.
b) $91 : 7 = 14 + 5 - 6$.
c) $12 : 3 + 8 = 14 : 2 + 5$.
d) $24 : 6 - 4 = 9 : 9 - 1$.
e) $4 \cdot 6 + 9 : 3 = 29 - 2$.
2.
a) $8 : 2 \cdot 3 = 12$.
b) $1 + 2 - 3 + 4 = 4$.

c) 18 : 2 + 3 + 8 : 4 = 14.
d) 13 + 7 · 6 – 21 · 2 = 13.
e) 18 + 12 + 12 + 18 – 10 – 14 = 36.
f) 26 + 25 · 8 + 15 · 30 – 18 = 658.
g) 10 · 8 – 13 · 6 + 17 + 6 = 25.
3. 69 + 23 – 48 = 14.
4. 70 + 24 + 6 = 100.
5. 47 – 38 – 9 = 0.
6.
a) 12 = 3 + 4 + 5.
b) 2 · 6 = 3 + 4 + 5.
c) 8 · 9 = 7 + 65.
7. 13 · 4 = 52.
8. 54 · 3 = 162.

17. Számok a betűk mögött

1. Nézzük a százasok helyi értékén álló számjegyeket! Látható, hogy A = 6. A tízesek helyi értékét nézve B = 7, majd azt kapjuk, hogy C = 2.

$$\begin{array}{r} 666\\ 667\\ +\ 672\\ \hline 2005 \end{array}$$

2. Nézzük a százasok helyi értékén álló számjegyeket! Látható, hogy A = 6. Ha a tízesek helyi értékét vesszük, akkor az azt kapjuk, hogy C = 7, és B = 2.

$$\begin{array}{r} 666\\ 662\\ +\ 677\\ \hline 2005 \end{array}$$

3. Az összeadásban az ezresek helyén álló A értéke csak 3 lehet. A százasok oszlopában álló B értéke nem lehet 9, mert az ellentmondást szülne a tízesek oszlopában: B = 8, C = 9 és D = 1.
$\overline{ABCD}$ = 3891.
4.

$$\begin{array}{r} 632\\ 32\\ +\ \ \ 2\\ \hline 666 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 418\\ 18\\ +\ \ \ 8\\ \hline 444 \end{array}$$

5.

$$\begin{array}{r} 582\\ 82\\ +\ \ \ 2\\ \hline 666 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 368\\ 68\\ +\ \ \ 8\\ \hline 444 \end{array}$$

6.

$$\begin{array}{r} 8427 \\ 427 \\ 27 \\ +\quad 7 \\ \hline 8888 \end{array}$$

7.

$$\begin{array}{r} 1573 \\ 573 \\ 73 \\ +\quad 3 \\ \hline 2222 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3681 \\ 681 \\ 81 \\ +\quad 1 \\ \hline 4444 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5819 \\ 819 \\ 19 \\ +\quad 1 \\ \hline 6666 \end{array}$$

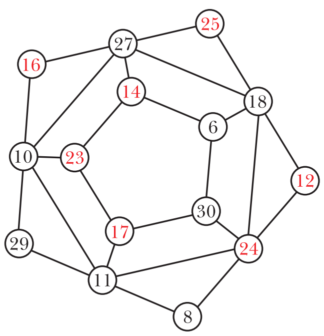
8. Az E + E + E + E + E összeg utolsó jegye 0 vagy 5 lehet, tehát A értéke 0 vagy 5; 0 azonban nem lehet, mert A szám ötjegyű szám első jegye, emiatt A = 5. B csak 2 lehet, és ezért a harmadik oszlopban az összeg 15, s ez úgy lehet, ha C + C + C = 12 és az előző helyi értékről 3-at átviszünk (tehát C = 4). 3-at úgy vihetünk át, ha a tízesek helyi értékén az összeg 35, és ez akkor teljesül, ha D = 8 és E = 7.
Tehát $\overline{ABCDE}$ = 52 487.

19. Szerkessz bűvös négyzetet, ötszöget, hatszöget!

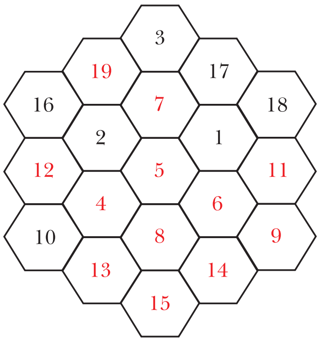
1.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2.



3.



20. Ne hagyj semmit üresen – írd tele számokkal!

1. Minden szám 1-gyel nagyobb az előtte álló számnál. Ezért az oszlopokban levő öt szám összege 5-tel nagyobb, mint az előző oszlop számaié.
Minden szám 5-tel nagyobb a fölötte álló számnál. Ezért a sorokban levő öt szám összege 5 · 5 = 25-tel nagyobb, mint az előző sor számaié.
2. 42 és 168 osztható 7-tel, ezért a harmadik sor első mezőjében a 7-es áll. A 20 és a 80 osztható 5-tel, így az első sor második mezőjében az 5-ös áll. Mivel a megadott szorzatok közül csak a 108 osztható 9-cel, azért a 9-es helye a második sor utolsó mezője.
Éppígy adódik ki a 8-as helye is. Ezek után a többi számot már könnyű beírni a táblázat üres mezőibe.

1	5	4	20
6	2	9	108
7	8	3	168
42	80	108	

3. Az első sorban levő három szám összege csak úgy lehet 6, ha az a három szám: 1, 2 és 3. A harmadik sorban pedig csak úgy lehet a három szám összege 23, ha az a három szám a 6, a 8 és a 9. A második sorban levő három szám tehát a 4, az 5 és a 7.
A harmadik oszlopban a 19-et csak úgy kaphatjuk meg (ha tekintetbe vesszük, hogy a sorokban milyen számok állnak), ha ott 3, 7 és 9 áll. A táblázat ezután már könnyen kitölthető. A megadott kitöltés mellett van egy másik kitöltés is: abban az 1 helyet cserél a 2-vel, az 5 meg a 4-gyel.

1	2	3	6
5	4	7	16
8	6	9	23
14	12	19	

4. Több megoldás is van. Az egyik az ábrán látható.

1	2	3
0	4	8
5	6	7

5. Több megoldás is van. Az egyik az ábrán látható.

1	5	3
2	7	6
4	8	9

6.

+	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
F	5	14			
G			14		
H			7		
I				7	6
J					

Nézzük az első sorban álló számokat! Abból az $F \leq 5$ adódik. $F + B = 14$ csak úgy lehet, ha $F = 5$, $B = 9$. $F + A = 5$, tehát $A = 0$.
$G + C = 14$, és a C oszlopában álló 7-es miatt $C \leq 6$. Ezekből – ha tekintetbe vesszük az eddigi eredményeket is – $C = 6$, $G = 8$ adódik, továbbá $C + H = 7$ miatt $H = 1$.
Az I sorában álló 7 és 6 miatt D és E két szomszédos szám; vagy $D = 3$, $E = 2$, vagy $D = 4$, $E = 3$. Ha $E = 3$, akkor $E + I = 6$ miatt $I = 3$, s az nem lehet. Tehát $D = 3$, $E = 2$ és $I = 4$. Ezek után J értéke már csak 7 lehet.

7. Keressünk a táblázatban olyan üres mezőt, amelynek a sorában vagy az oszlopában már sok szám van.

1	*a*	2	4		6
					2
		4		1	
		5	2		4
	3				
2		6			

A táblázatba beírt *a* betű értéke 3 vagy 5 lehet – mivel abban a sorban már szerepel az 1, 2, 4 és 6 szám –, az *a* betű oszlopában meg ott látjuk a 3-at, ezért $a = 5$.
Emiatt az a betű sorában levő másik üres mezőbe a megmaradó 3 kerül.

1	5	2	4	3	6
					2
		4		1	
		5	2		4
	3	*b*			
2		6			

A *b* betű helyére 1 vagy 3 kerülhet, mivel az oszlopában már szerepel a 2, a 4, az 5 és a 6 szám. A *b* betű sorában pedig ott látjuk a 3-at, *b* helyére tehát az 1 kerül.
A *b* betű oszlopában a másik üres mezőbe a megmaradt 3 kerül.

1	5	2	4	3	6
		3			2
		4		1	
		5	2		4
	3	1			
2		6			

Most melyik mezőt válasszuk? Legyen ez a c-vel jelölt mező.

1	5	2	4	3	6
		3			2
		4		1	
		5	2		4
	3	1			*c*
2		6			

A *c* mező sorában látjuk az 1 és a 3 számot, az oszlopában a 2, a 4 és a 6 számot, *c* helyére emiatt az 5 kerül.
A *c* mező fölött levő üres helyre 1 vagy 3 kerülhet, de az 1 nem jó, mert a kitöltendő mező sorában már van 1-es.
Ezután beírhatjuk a szélső oszlop utolsó mezőjébe a 3-at.

1	5	2	4	3	6
		3			2
		4		1	3
		5	2		4
	3	1			5
2		6			1

Most nézzük a *d* mezőt!

1	5	2	4	3	6
		3			2
		4		1	3
		5	2		4
	3	1	*d*		5
2		6			1

A *d* helyébe csak a 6 kerülhet, mert a sorában ott van az 1, 3 és az 5, az oszlopában pedig a 2 és a 4.
Ezután gyorsan kitölthetjük a *d* mező sorát, majd az oszlopát is.
Folytassuk tovább; nézzük az *e*-vel jelölt mezőt!

1	5	2	4	3	6
		3	1		2
e		4	5	1	3
		5	2		4
4	3	1	6	2	5
2		6	3		1

Az *e* helyére csak a 6 kerülhet. A táblázat kitöltése gyorsan befejezhető.
A kitöltött táblázat:

1	5	2	4	3	6
5	6	3	1	4	2
6	2	4	5	1	3
3	1	5	2	6	4
4	3	1	6	2	5
2	4	6	3	5	1

8. Az a, b, c, ... betűk sorrendje segít a táblázat kitöltésében. Ábécésorrendben haladva kideríthető, hogy a betűk helyére melyik számot kell írni.

		e		5	4
1	*j*	3	4	*a*	*i*
5	*k*	4	*l*	*b*	3
	3	*f*		*c*	
h	5	2	1	*d*	*g*
	m	1		6	*n*

A kitöltött táblázat:

2	1	6	3	5	4
1	6	3	4	2	5
5	2	4	6	1	3
6	3	5	2	4	1
4	5	2	1	3	6
3	4	1	5	6	2

21. Játssz és lépj ügyesen!

1. Kövessük visszafelé a játék menetét! Derítsük fel a nyerő helyeket. Nyilván ilyen a ,,CÉL”-ként megjelölt mező. Ezelőtt a negyedik mezőn érdemes állni, mert ha én oda lépek, az ellenfelem onnan nem tud belépni a célba, de legalább 1-et lép, és én a következő lépéssel célba jutok.
Ily módon visszafele minden 4. mező nyerő hely. Aki ezeken lépked, nyerni fog.
2. A kezdő játékos nyer, ha mindig a kanyargó ösvényen a sarokmező előtti mezőre lép. Innen az ellenfél csak a sarokba léphet, azután a kezdő játékos a következő sarok előtti mezőt foglalja el.

22. Három testsorozat

Első tíz

1. (B) 36 **2.** (E) 10. **3.** (D) 33 **4.** (D) 27 **5.** (D) 12
6. (C) 40 **7.** (C) 10 **8.** (E) 24 és fél **9.** (E) 500 **10.** (D) 280

Második tíz

1. (C) 16 **2.** (D) **3.** (D) 348 **4.** (E) 500 **5.** (B) 4
6. (E) végtelen **7.** (C) 9 **8.** (B) 6 **9.** (D) 3 **10.** (C) 140

Harmadik tíz

1. (E) 4 **2.** (B) 10 **3.** (D) 7 **4.** (B) 15 **5.** (D) 16
6. (C) 13 **7.** (D) 295 **8.** (B) 8 **9.** (D) 90 **10.** (D) 48

23. Játsszunk!

1. Az a játékos biztosan nyer, aki mindig két ugyanannyi korongból álló kupacot hagy az asztalon.
2. Az a játékos biztosan nyer, aki a bábut mindig a sakktábla átlójára tolja (a sakktábla bal alsó sarkát a jobb felső sarokkal összekötő átlóra). Itt a második játékos nyerhet. Persze ha rosszul lép, akkor veszíthet.
3. Az a játékos biztosan nyer, aki a bábut mindig a sakktábla átlójára tolja (a sakktábla jobb felső sarkába vezető átlóra). Itt a kezdő játékos nyerhet; persze ha rosszul lép, akkor veszíthet is.

25. Számkeresztrejtvények

1. rejtvény

9	9	1	1	1
9		1		0
9	5	2	1	0
9	4	8	8	8
9	9	9	9	0

2. rejtvény

1	2	3	9
1	6	8	9
1	2	7	6
1	8	9	8

3. rejtvény

9	9	7	3
1	1	6	6
5	9	2	7
1	0	5	6

4. rejtvény

5	7	8	9
3	2	1	0
1	5	0	1
2	3	4	2
2	6	5	6

5. rejtvény

3	9	9	4	0	2
3		4	5		0
3	6	0	1	3	0
2	4	0	2	0	7
1	6			2	0
4	4	4	4	0	0

6. rejtvény

8	0	3		9	0	1	
0		1	1	0		1	3
1	1		1	0	1		5
	1	2	2		1	1	5
5	1	0		2	3	0	
0		1	1	4		2	1
1	2		1	0	3		0
	4	9	6		1	2	0

7. rejtvény

5	4	1	4	2		4	0	1	3
1	0	0		1	0	2		3	0
0		1	1	0		1	1	0	4
4	1	2	7		6	6	0		0
	0		1	1	1		4	1	0
5	1	1		1	0	3		0	
1		1	2	2		1	1	5	2
2	1	3	0		6	0	0		0
2	2		1	5	0		1	4	0
6	0	6	0		8	2	3	7	3

26. Játsszunk!

Útmutatás: Keressük meg a táblán a nyerő és a veszítő helyeket! A jobb felső sarok nyerő hely: aki odalép, megnyerte a játékot. A szomszédos mezők veszítő helyek, hiszen aki odalép, az veszít, mert a társa betolja a bábut a célba. Visszafele lépkedve minden mezőről eldönthetjük, hogy milyen típusú.

28. Miből hány van? Te biztosan kikövetkezteted!

1. Az 1-es, 3-as és 4-es gomb, meg a 4-es és 5-ös gomb megnyomása után kapott élelem ismeretében kikövetkeztethetjük, hogy tudhatjuk, hogy a 4-es gomb felel meg a süteménynek. Akkor pedig az 5-ös gomb a fagylalté. Az 1-es gomb a zsemléé, a 3-as a narancsé.
Ha a 3-as és 5-ös gombját nyomjuk meg, akkor narancsot és fagylaltot kapunk.
2. Az osztályba $9 – 2 = 7$ szemüveges fiú jár, ezért a fiúk száma $2 \cdot 7 = 14$. Az osztály létszáma: $15 + 14 = 29$.
3. Az osztályba $35 – 25 = 10$ fiú jár, közülük 7 nem szemüveges, tehát 3 fiú hord szemüveget. A szemüveges diákok között $12 – 3 = 9$ lány van.
4. 8 olyan vendég volt, aki a fagyi és a madártej közül legalább az egyikből evett.
$8 = 7 + 6 – x$, $x = 5$.
5 vendég evett fagyit is, madártejet is.
5. A vendégek száma: $6 + 9 – 4 = 11$.
6. Bélyeget vagy képeslapot $14 + 16 – 5 = 25$ gyerek gyűjt. További 4 gyerek egyiket sem gyűjti, az osztályba tehát $25 + 4 = 29$-en járnak.
7. A könyvek között $12 – 7 = 5$ francia nyelvű van, a regények között $4 – 3 = 1$ a francia nyelvű.
A könyvek között tehát $5 – 1 = 4$ olyan van, amely francia nyelvű, de nem regény.
8. Számoljuk meg a félnapokat! 7 esős és $5 + 6 = 11$ esőtlen félnap volt, összesen tehát $7 + 11 = 18$, s eszerint 9 napig tartott az üdülés.
9. A 600 diák 30 fős osztályokba jár, ezért 20 osztály van. Egy nap ennek a 20 osztálynak összesen $20 \cdot 5 = 100$ órája van. S mivel minden tanár 4 órát tart naponta, azért ezt a 100 órát $100/4 = 25$ tanár tartja.

29. Hol az arany?

1. Az 1. és a 3. ládikón levő állítások ellentétesek, közülük az egyik tehát igaz. Emiatt a 2. ládikón levő állítás csak hamis lehet: a 2. ládikóban van az arany.
2. Ha az arany a 3. ládikóban volna, akkor mindhárom állítás igaz lenne; ha a 2. ládikóban volna az arany, akkor mindhárom állítás hamis lenne. Az arany tehát az 1. ládikóban van; az első két állítás igaz, a harmadik hamis.

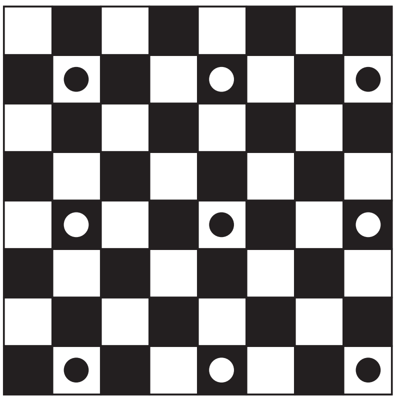
31. Mindent mérlegre teszünk – vagy kimérünk!

1. A 3 érméből egyet-egyet tegyünk a serpenyőkbe; ha egyensúlyban vannak, akkor a kimaradt érme a könnyebb. Ha nincs egyensúly, akkor a mérleg mutatja, hogy melyik a könnyebb érme.
2. Tegyünk a serpenyőkbe 3–3 érmét, s a maradék 3 érmét hagyjuk az asztalon. A mérlegelés után tudjuk, hogy mely 3 érme között van a hamis. Ha a mérleg egyensúlyban van, akkor a kimaradt 3 érme között kell keresni a hamis érmét; ha meg nincs egyensúly, akkor a könnyebbnek bizonyult 3 érme között.A második mérésben ebből a 3 érméből tegyünk egyet-egyet a serpenyőkbe, s most már kiderül, hogy melyik a hamis.
3. Előbb három 9-es csoportra osztjuk az érméket, és a serpenyőkbe felteszünk 9–9-et. A mérés eredménye megadja, hogy melyik 9-es csoportban van a könnyebb érme.
Ezután folytathatjuk úgy, mint az előbbi feladatban.

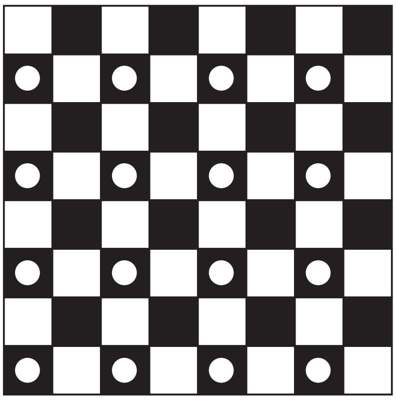
4. 1 = 1, 2 = 3 – 1 (ilyenkor visszamérünk: az egyik serpenyőbe a mérendő súly és 1 kilogramm, a másik serpenyőbe a 3 kilogrammos: így mérhetünk 2 kilogrammot), 3 = 3, 4 = 3 + 1, 5 = 9 – (3 + + 1), 6 = 9 – 3, 7 = (9 + 1) – 3, 8 = 9 – 1, 9 = 9, 10 = 9 + 1, 11 = (9 + 3) – 1, 12 = 9 + 3, 13 = 9 + 3 + + 1.
5. A négy mérősúly: 1, 3, 9 és 27 kilogrammos.
Hogyan találhatjuk ki, hogy éppen ilyenek kellenek? 1 kilogrammosra szükség van, különben nem tudunk 39 kilogrammot megmérni. 2 kilogrammot 1 + 1-ként, vagy 2 kilogrammos mérősúllyal, vagy 3 – 1 = 2 kilogrammként (vagy éppen 5 – 3 = 2 kilogrammként is). Törekedjünk arra, hogy a mérősúlyokkal egy-egy értéket csak egyféleképpen lehessen megmérni. (Belátható, hogy a négy mérősúllyal mindegyik mérés csak egyféleképpen végezhető el.) Ha a második súly 3 kilogramm, akkor ezzel a két mérősúllyal mérhetünk 1, 3 – 1 = 2, 3, 3 + 1 = 4 kilogrammot.
Ha a harmadik mérősúly 9 kilogrammos, akkor a negyedik 27 kilogrammos kell, hogy legyen, mivel a négy mérősúly összesen 40 kilogrammot ad. Megvizsgálhatjuk, hogy ezekkel 1-től 40-ig minden értéket mérhetünk; 5 kilogramm például úgy mérhető, hogy az egyik serpenyőbe a 9 kilogrammost tesszük, a másikba az 1 és a 3 kilogrammos meg a mérendő áru: 9 – (1 + 3) = 5.
6. Az 5 literesbe öntünk 3 liter vizet, majd a teli 3 literes edényből még 2 litert. Ekkor a 3 literesben marad 1 liter víz. Az üres 5 literes edénybe átöntjük az 1 liter vizet, azután még 3 litert. Így sikeresen kimértünk 4 liter vizet.
7. Az alábbi számpárok a 4 és a 9 literes edényben levő víz mennyiségét mutatják: (0, 9); (4, 5); (0, 5); (4, 1); (0, 1); (1, 0); (1, 9); (4, 6).
8. A következő számhármasok azt mutatják, hogy rendre hány liter bor van a 8, az 5 és a 3 literes edényben: (8, 0, 0); (3, 5, 0); (3, 2, 3); (6, 2, 0); (6, 0, 2); (1, 5, 2); (1, 4, 3); (4, 4, 0).
A feladat másképp is megoldható.
9. Megfordítod mindkét homokórát, és akkor teszed fel a tojást főni, amikor a kisebbikben (7 perces) lepereg a homok. Hagyd a homokot leperegni a nagyobbikban is (ez négy perc), és fordítsd meg, majd hagyd újra leperegni benne a homokot. Mire ez megtörténik, a tojás éppen 15 percet főtt.
10. Elindítja mindkét homokórát, s amikor a 15 perces lejár, akkor megfordítja a 20 perces órát. Az így 5 percet fog mérni, és a homok lepergésekor beteszi a kenyeret a kemencébe. Amikor lejárt az 5 perc, akkor megfordítja az órát, így még 20 percet mér, s azzal megvan a 25 perc.
11. Indítsuk egyszerre a két órát, majd az 5 percest fordítsuk meg a homok lepergése után. Ha a 7 perces lepergett, az 5-ösön még 3 perc van. Ha ehhez a 3 percnyihez még két 5-öst lepergetünk, akkor éppen 13 percünk lesz.
A feladat többféle módon is megoldható.
12. ,,Kieséses versenyt” szervezünk. A mérleg serpenyőibe egy-egy golyót teszünk, s a súlyuk összehasonlítása után a könnyebbet a mérlegen hagyjuk. Mindig a következő golyót hasonlítjuk össze az addigi legkönnyebbel és a könnyebbet hagyjuk fenn a mérlegen. 9 mérés szükséges.

32. Bábok a sakktáblán

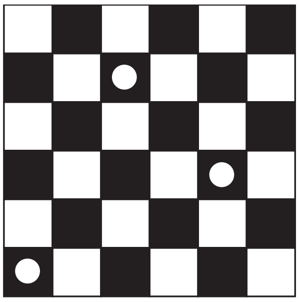
1.



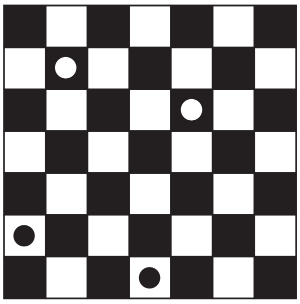
2.



3.



4.

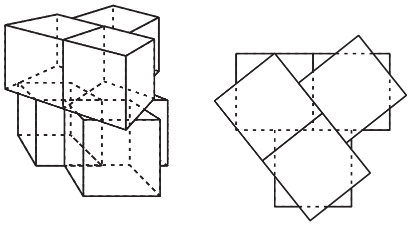


33. Játsszunk!

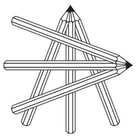
1. A kezdő játékos elfoglalja a tábla középső mezőjét, majd mindig azt a mezőket (illetve azokat a mezőket), amely(ek) a az ellenfél elfoglalta mező(k) középpontra vett tükrözésével kapható(k). Ha a kezdő játékos így játszik, akkor biztosan nyer.
2. Itt a második játékos nyerhet. Úgy kell játszania, hogy mindig oda lép, ahová az ellenfele lépésének a tábla közepére (a középső rácsegyenesek metszéspontjára) vett tükörképe esik.

34. Rakodj, rendezkedj!

1.



2.



3. Nézzük az építményt felülről. Az ábrán levő számok (1 és 2) a kockák számát jelzik – például a 2 két egymáson levő kockát.

	2		
1			
		2	
			1

A legkevesebb: 6 kocka.

1	2	2	1
1	1	1	1
1	2	2	1
1	1	1	1

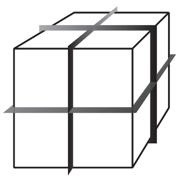
A legtöbb: 20 kocka.

4. 8 ilyen téglatest készíthető.
A lehetséges téglatestek:
1 × 1 × 36, 1 × 2 × 18, 1 × 3 × 12, 1 × 4 × 9, 1 × 6 × 6, 2 × 2 × 9, 2 × 3 × 6, 3 × 3 × 4.

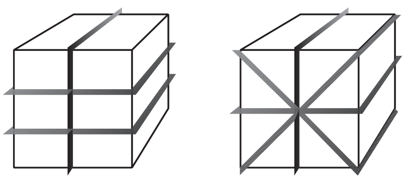
36. Egy nagyból sok kicsi – idomok feldarabolása

Egy kocka feldarabolása

1.

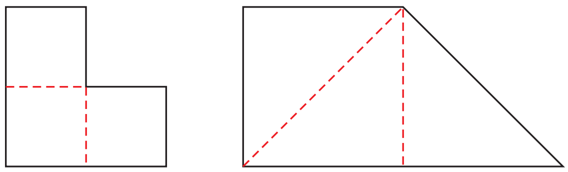


2.

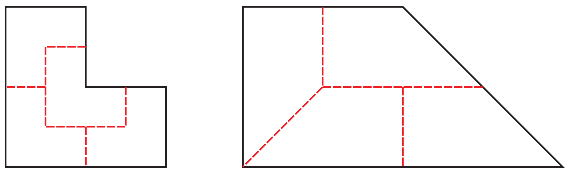


Síkbeli alakzatok feldarabolása

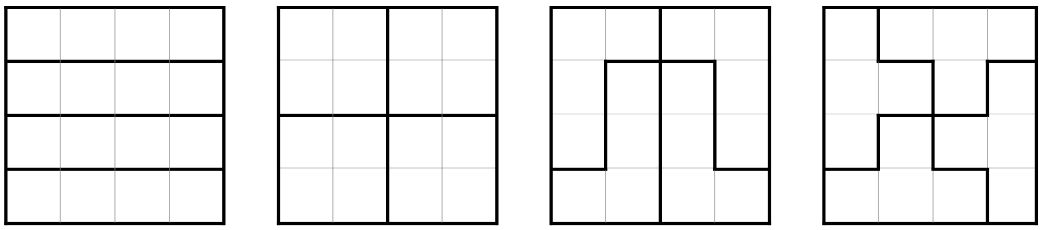
1.



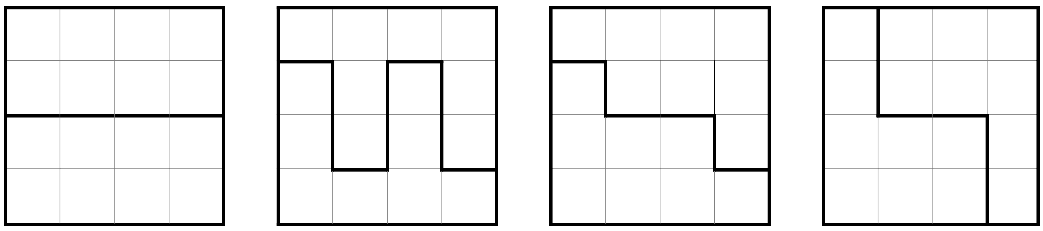
2.



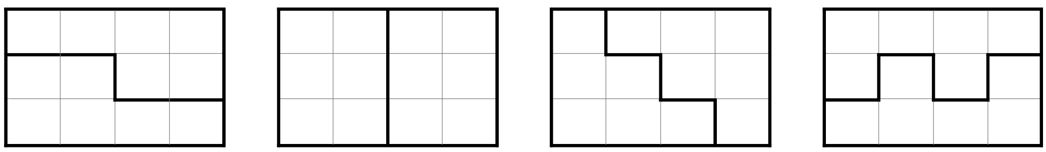
3.



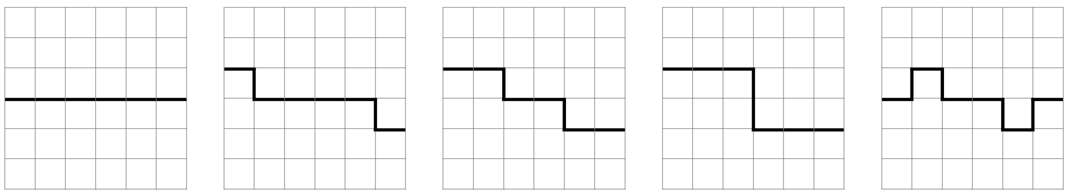
4.

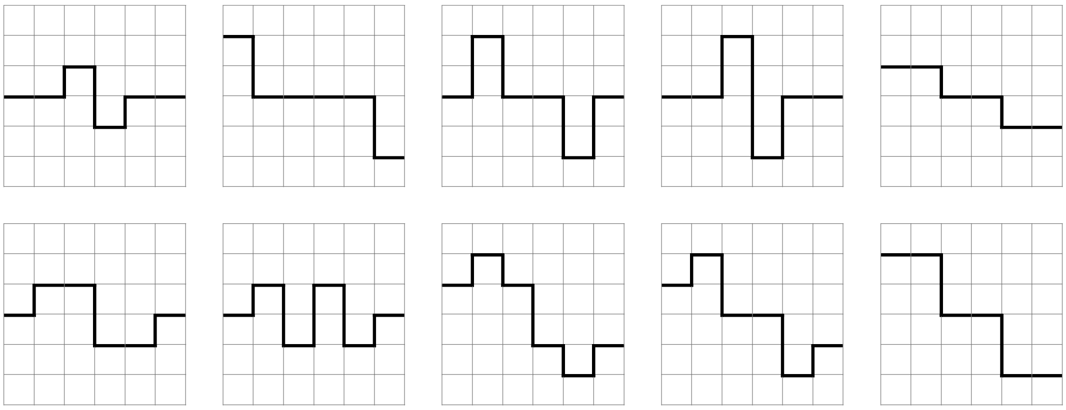


5.



6.





38. Fejek és (velük összetartozó) lábak

1. Ha mind a 10 gomb négylyukú volna, akkor Törpicur 40 lyukat számlálna – 12-vel többet, mint valójában.
Ha egy négylyukú gombot kétlyukúra cserélünk, akkor a lyukak száma 2-vel csökken. A 40 lyukat úgy csökkenthetjük 12-vel, ha 6 négylyukú gombot kétlyukúra cserélünk.
A gombok között tehát 6 kétlyukú és 4 négylyukú van.
2. 5 autónak 20 kereke van, de a parkolóban csak 14 kereket számoltunk. A kerekek számát 6-tal kell csökkenteni; ha egy autót motorra cserélünk, a kerekek száma 2-vel csökken. 3 autó helyett 3 motor szükséges, s akkor a kerekek száma 20-ról 14-re csökken.
A parkolóban 3 motor és 2 autó áll.
3. Ha mind a 12 szoba háromágyas volna, akkor a szállodában 36 férőhely volna. De csak 32 van, az ágyak számát tehát 4-gyel kell csökkenteni. Ez csak úgy mehet, ha ha 4 háromágyas szoba helyett 4 kétágyas szoba van a szállodában.
A szobákból 4 tehát kétágyas és 8 háromágyas.
4. A szállodában 4 kétágyas és 4 háromágyas szoba van.
5. Az asztalosműhelyben 4 háromlábú és 5 négylábú szék készült.
6. Egy háromlábú széknek 5 lába van (hiszen egy gyerek is ül rajta), egy négylábúnak meg 6 lába. $17 = 5 + 2 \cdot 6$, vagyis egy háromlábú és két négylábú szék van, és rajtuk 3 gyerek.
7. Ha csak autók állnának a parkolóban, akkor 15 járműnek 60 kereke volna. Csakhogy ennél 4 kerékkel kevesebb van; lehetne, mondjuk, 4 oldalkocsis kerékpár és 11 autó, csakhogy akkor nem lenne kétkerekű motorkerékpár a parkolóban. A 60 kereket úgy csökkenthetjük 4-gyel, ha 1 autó helyett 1 motorkerékpárt veszünk (a kerekek száma 2-vel csökkent), és 2 autó helyett 2 oldalkocsis motort (ez is $2 \cdot 1 = 2$-vel csökkenti a kerekek számát).
A parkolóban 12 autó, 2 oldalkocsis és 1 szóló motorkerékpár van.
8. Ha összesen 26 férfiláb kalimpál, akkor a férfiak száma 13.
A két- és hárompúpú tevéken ülő férfiak száma megegyezik, és minden kétpúpún 2 férfi ül, a hárompúpúakon meg 3.
Ha a kétpúpú tevék száma a, a hárompúpúaké meg b, akkor a rajtuk ülő férfiak száma $2a$, illetve $3b$. Tudjuk, hogy $2a = 3b$. $2a$ osztható tehát 3-mal, s emiatt a kétpúpúakon ülők száma osztható 2-vel és 3-mal, vagyis 6-tal. A két- és hárompúpú tevéken 6–6 férfi ül tehát, a többiek száma: $13 - 2 \cdot 6 = 1$. Az egyetlen egypúpú tevén ilyenformán 1 férfi ül.
9. A lehetséges eseteket megvizsgálva megtaláljuk a megoldást.
Negyvenlábúakból 1, 2, 3, 4, 5, 6 vagy 7 lehet, 8 már nem, mert nekik túl sok fejük lenne: $8 \cdot 40 =$ $= 320$.
A negyvenlábúak száma 2 vagy 5 lehet, mert a sárkányok fejeinek száma osztható 3-mal. Ha a negyvenlábúakból 2 van, akkor a sárkányok fejeinek $26 - 2 = 24$ a számuk, és a sárkányok száma

24/3 = 8. A 8 sárkánynak 298 – 2 · 40 = 218 lába van, egy sárkánynak meg 218/8 lába lenne, csakhogy az nem egész szám. Ha a negyvenlábúakból 5 van, akkor a sárkányok fejeinek 26 – 5 = = 21 a száma, a sárkányoké meg 21/3 = 7. A 7 sárkánynak 298 – 5 · 40 = 98 lába van, egy sárkánynak meg 98/7 = 14 lába.

10. A póknak 8 lába van, a légynek 6. A pókhálóban 2 pók és 4 légy van.

11. A normális és a sánta kacsák együtt kétszer annyian vannak, mint az ülők; ha tehát az ülő kacsák száma x, akkor a normális és a sánta kacsák száma $2x$. A kacsák teljes száma: $x + 2x = 33$, $3x = 33$, $x = 11$.

Az ülő kacsák száma 11.

A 22 normális és sánta kacsának 32 lába van. Ha mind a 22 kacsának 2 lába lenne, akkor 44 lábuk lenne. Ha 1 kacsa felemeli a lábát, akkor a (látható) lábak száma 1-gyel csökken. A 44 láb 12-vel több a 32-nél, tehát 12 kacsa emeli fel a lábát.

A sánta kacsák száma 12.

39. Rákmódszer

1. 48.

2. 56.

3. Peti a 120-at szorozta 2-vel, így kapta a 240-et. Ha helyesen számol, akkor a 120-at 2-vel osztja, és azzal 60-at kapott volna – a helyes eredményt.

4. c) Okoskodjunk visszafelé! Az utolsó napon elköltötte a pénze felét és még 100 forintot, s ezzel elfogyott a pénze, a 100 forint tehát az akkori pénzének a fele. A negyedik nap kezdetén ilyenformán 200 forintja volt. A harmadik napon elkölti pénzének felét és még 100 forintot, s 200 forintja maradt. Akkori pénzének tehát 200 + 100 = 300 forint volt a fele. A harmadik nap kezdetén eszerint 600 forintja volt.

A második napon 600 + 100 = 700 forint volt az akkori pénzének fele, a teljes összeg 1400 forint. Az első napi pénzének fele 1400 + 100 = 1500 forint. Kezdetben ilyenformán 3000 forintja volt.

5. Okoskodjunk visszafelé! Ha a legénynek harmadszorra 24 krajcárja maradt a vám kifizetése előtt, akkor ehhez 12 krajcár megkétszerezésével jutott, a második vám kifizetése előtt tehát 36 krajcárja volt, s azt a második kétszerezéssel nyerte, 18 krajcárból. Ennyi maradt az első vám kifizetése után, vagyis előtte 18 + 24 = 42 krajcárja volt, ennyi volt a pénze az első kétszerezés után, vagyis kezdetben 21 krajcárja volt.

6. Édesanya 9 szilvás gombócot főzött.

7. Ha tudjuk, hogy Andris kapta a megmaradt almák felét meg még két almát, és ezután már csak egy alma marad, akkor Andris előtt 6 alma volt, mivel az almák fele 2 + 1 = 3 alma. Tomi az előtte levő almák felét kapta és még két almát – így hagyott 6 almát Andrisnak. A Tomi előtt levő almák fele 6 + 2 = 8 alma, vagyis Tomi előtt 16 alma volt. Ugyanezzel a módszerrel azt kapjuk, hogy a Peti előtt levő almák fele 16 + 2 = 18 alma. Eljutottunk a válaszhoz: összesen 36 almájuk volt.

8. Induljunk ki a véghelyzetből. A harmadik vándor 8 gombócot hagyott; ez úgy történhetett, hogy 12-t talált, s abból 4-et megevett. A második 12-t hagyott, úgy gondolva, hogy ez az összes gombóc kétharmad része. Vagyis 18-at talált, s abból evett meg 6-ot. Az első is így okoskodott: 18-at hagyott meg a másik kettőnek, s megevett 9-et. A tálon kezdetben tehát 27 gombóc volt.

9. 100-at úgy kaptam, hogy az 50-et megszoroztam 2-vel. 50-hez úgy jutottam, hogy 30-at adtam a 20-hoz. Előzőleg 80 volt az eredmény, korábban meg 100.

A gondolt szám a 100 volt.

10. A gondolt szám az 1990.

11. A megoldásban fordítva számolhatunk, az utolsó helyzetből indulva. Számoljunk úgy, hogy az utolsó játszmában a negyedik, előtte a harmadik stb. játékos vesztett. A korábbi helyzet úgy számolható ki a későbbiből, hogy aki nyert, annak megkétszerezték a pénzét, előtte tehát csak a fele

pénze volt, és az összes nyereményt a vesztes fedezte.
Így visszafelé okoskodva arra jutnk tehát, hogy a négy játékos pénze (16, 16, 16, 16), (8, 8, 8, 40), (4, 4, 36, 20), (2, 34, 18, 10), (33, 17, 9, 5).
A legkésőbben játszmát vesztett játékosnak eredetileg tehát 5 forintja volt.
12. Jelöljük □-tel a műveletek elvégzése után kapott számot (ez végig ugyanaz).
Az első számhoz 2-t adva kapjuk a □-tel jelölt számot, az első szám tehát □ – 2. A második szám: □ + 2; a harmadik: □/2; a negyedik: 2 · □. A négy szám összege 45, vagyis (□ – 2) + (□ + 2) + + □/2 + 2 · □ = 45.
Milyen számot jelölhet a □?
Próbálkozással is megtalálhatjuk a megoldást, a 10-et. Látható, ha a □ egy 10-nél nagyobb számot jelöl, akkor a felírt összeg nagyobb lesz 45-nél, s ha a szám kisebb 10-nél, akkor az összeg kisebb 45-nél. Mivel □ = 10, azért a négy szám (45 az összegük): 8, 12, 5, 20.
13. Ha a legkisebbnek x korona jutott, akkor a középsőnek $x + 100$, a legidősebbnek meg $(x + 100) + 200$ korona. $x + (x + 100) + (x + 300) = 1600$, $3x + 400 = 1600$, $3x = 1200$, $x = 400$. A fiúknak rendre 400, 500 és 700 korona jutott.
14. Először a 3*L* gombot kell megnyomni.
A feladat úgy oldható meg, hogy a szekrény kinyitásától kezdve követjük visszafelé a lépéseket. Utolsóként csak a harmadik sorban levő 2*B* gombot nyomhatjuk meg. A gombok megnyomásának sorrendje visszafelé tehát: 2*B*, 2*L*, 4*F*, 4*J*, 1*B*, 4*L*, 2*B*, 3*J*, 2*B*, 3*F*, 2*B*, 2*L*, 3*J*, 2*B*, 3*J*, 2*F*, 1*B*, 1*L*, 1*J*, 3*B*, 1*F*, 1*F*, 1*J*, 3*L*.

40. Játsszunk!

A kezdő játékos elfoglalja a tábla középső mezőjét, majd mindig oda lép, ahová az ellenfele lépésének a középpontra vett tükörképe esik. Ha így játszik, akkor biztosan nyer.

41. Hány lesz elég ... golyóból, almából, cukorkából?

Első sorozat

1. 3 + 2 + 1 = 6 pólót kell kivenni.
2. 13 + 9 + 1 = 23 golyót kell kivenni.
3. Előfordulhat, hogy az első 3 húzással 3 különböző színű zoknit veszünk ki. A 4. húzásra már csak a három szín valamelyikét húzhatjuk ki, és ezzel már lesz 1 pár egyszínű zoknink. Négy húzásra van tehát szükség.
Okoskodhatunk másképpen is: készítsünk 3 skatulyát, s mindegyik színhez tartozzon egy ilyen skatulya. Ha 4 zoknit húzunk, s azokat betesszük a hozzájuk rendelt skatulyákba, akkor valamelyikbe 2 zokni kerül, vagyis egy pár.
4. 21 darab kesztyűt kell kivenni, hogy biztosan legyen köztük egy pár (azonos színű) kesztyű. Minden kesztyűpárhoz választunk egy skatulyát, összesen tehát 20-at. Ha 20 kesztyűt választunk találomra, és betesszük őket a hozzájuk tartozó skatulyákba, akkor megtörténhet, hogy egyik skatulyában se kerül két kesztyű. Ha 21 kesztyűt veszünk ki és azokat tesszük a 20 skatulyába, akkor valamelyikbe 2 kesztyű kerül, vagyis abban egy pár kesztyű lesz.
5. 3 zoknit kell kivennünk.
Két skatulyánk van; az egyikbe a fekete zoknikat tesszük, a másikba a barnákat. Ha 2 darabot veszünk ki, akkor azok különböző skatulyákban kerülhetnek, de ha hármat, akkor azok között lesz kettő olyan, amelyik ugyanabba a skatulyába kerül.
6. Nézzük a legbalszerencsésebb esetet!
Ha kiveszünk 9 piros, 9 zöld és 9 sárga golyót, valamint a fehér és fekete golyókat (azok összesen

10-en vannak), akkor egyik színből sem lesz 10 darab; ám ha még egy golyót kiveszünk, akkor , valamelyik színből már biztosan lesz 10; eszerint 9 + 9 + 9 + 10 + 1 = 38 golyót kell kivennünk.
7. A hónapok neve r vagy s betűre végződik. 3 emberből már biztosan van két olyan, amelyiknek a születésnapja ugyanolyan betűre végződő hónapra esik.
8. A fogak száma 33-féle lehet: 0, 1, 2, 3, ..., 32.
Készítsünk 33 skatulyát, s számozzuk meg őket rendre a 0, 1, 2, 3, ..., 32 számmal. Tegyük be mindenkinek a nevét abba a skatulyába, amelyiken az ő fogainak a száma áll. 33 skatulyába 33 név tehető be úgy, hogy egyik skatulyában se legyen két név; ám ha a 33 skatulyába 34 nevet helyezünk, akkor már biztosan lesz olyan skatulya, amelyben két név került.
Az osztály létszáma tehát legalább 34.
9. Az osztály legalább 25 fős. (2 · 12 + 1 = 25.)
10. Ha végigszámoljuk a hét napjainak kezdőbetűjét, akkor 6-ot kapunk.
Az osztály létszáma legfeljebb 5 + 5 · 4 = 25.
11. A legszerencsétlenebb esetben mindegyik fajtából 9–9 db almát veszünk; ez összesen 4 · 9 = 36 alma. Ha 37 almát veszünk ki, akkor legalább 10-hez jutunk valamelyik fajtából. 37 almát kell tehát kivennünk.
12. Szükség van 0, 1, 2, ..., 8, 9 feliratú kártyákra. Az 1-es és 2-es feliratúból két darab kell, a többiből elég egy; összesen tehát 12 kártya szükséges.
13. A 3 jegyű számokban a számjegyek összege 1, 2, ..., 27 lehet. Ha 28 kártyát választunk ki, akkor lesz rajtuk két olyan háromjegyű szám, amelyben ugyanakkora a számjegyek összege.
14. Legfeljebb 6 azonos színű golyó lehet a dobozban.
15. Legfeljebb 10 különböző színű golyó lehet a dobozban.
16. Ha hat különböző számot veszünk, azok értéké növekvő sorrendben legalább 1, 2, 3, 4, 5 és 6. Ezeknek 21 az összegük. A golyókból tehát nem lehet 6-féle színű.
Ötféle színű viszont már lehet, ha azok száma például 1, 2, 3, 4 és 10.

Második sorozat

1. a) 3 + 3 + 3 + 3 + 1 = 13 cukrot kell kivennie.
b) 20 + 20 + 20 + 3 + 1 = 64 cukrot kell kivennie.
2. a) 16 golyó kihúzása után biztosan lesz mindhárom színből 3–3 golyó. Az a legkedvezőtlenebb eset, ha kihúzunk 7 zöld és 6 fehér golyót. Ezután már csak piros golyót húzhatunk, újabb 3 golyó húzásával biztosan lesz tehát három a harmadik színből is. 7 + 6 + 3 = 16.
b) 14 golyó kihúzása után biztosan lesz közöttük mindhárom színű golyóból. 7 zöld, 6 fehér golyó kihúzása után már csak piros golyót húzhatunk. 7 + 6 + 1 = 14.
c) 16 golyó kihúzása után biztos, hogy valamelyik színből kihúztuk az összes golyót. Lehetséges, hogy 6 zöld, 5 fehér és 4 piros golyót húzunk ki, s akkor a zacskóban három különböző színű golyó marad. A következő golyó kivételével biztos, hogy az egyik színből teljes lesz a sorozat.
3.
a) 2 golyót szabad kivennünk. Lehetséges ugyanis, hogy egy harmadikra kihúzott golyóval már háromféle lesz a kihúzott golyók színe.
b) 2 golyó kivétele után biztosan marad vissza 3–3 mindhárom színű golyóból. Piros golyóból van ugyanis a legkevesebb, s a legszerencsétlenebb esetben rendre csak közülük húzunk; de ha csak 2 golyót húzunk ki, akkor belőlük is marad még vissza 3.
c) 2 golyó kivétele után (még ha mindkétszer piros golyót húzunk is) biztosan marad vissza még 3 piros golyó.
4. A válaszok:
a) 11 + 1 = 12;
b) 11 + 8 + 1 = 20;
c) 11 + 1 = 12;

d) 10 + 7 + 5 + 1 = 23;
e) 10 + 7 + 5 + 1 + 1 = 24;
f) 2 + 2 + 2 + 1 = 7.
5. A válaszok:
a) 46 (= 25 + 15 + 5 + 1);
b) 41 (= 25 + 15 + 1);
c) 76 (= 35 + 25 + 15 + 1);
d) 36 (= 35 + 1);
e) 9 (= 2 + 2 + 2 + 2 + 1).
6. A válaszok:
a) 4;
b) 52;
c) 42;
d) 32;
e) 6;
f) 12;
g) 56;
h) 46;
i) 54;
j) 54.

43. Feladattár

1. A legnagyobb 3 jegyű számból vegyük el a legnagyobb 1 jegyű számot: 999 – 9 = 990. Mivel 990 = 10 · 99, azért a legnagyobb egyjegyű számhoz 10-szer kell a legnagyobb kétjegyű számot hozzáadni, ha meg akarjuk kapni a legnagyobb háromjegyű számot. 9 + 10 · 99 = 999.
2. Látható, hogy két szám összegeként nem áll elő a 100. Ha három szám összegét vesszük, akkor 1 páros és 2 páratlan szám jöhet szóba.
46 + 17 + 37 = 100.
3. 85, 76, 39.
4. 880 + 88 = 968.
5. 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91, s emiatt a 13 különböző pozitív egész szám összege csak akkor lehet 92, ha az első 13 pozitív egész szám közül az egyiket 1-gyel nagyobbra cseréljük. Mivel a számok különbözők, azért csak a 13-at cserélhetjük 14-re. A kérdezett 13 szám: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14.
7. Végezzük el ügyesen az összegzést a példaként megadott táblázatban. Tükrözzük előbb a 4-esekből álló átlóra, majd ezt a tükörképet tegyük rá képzeletben az eredeti táblázatra! Az egymásra került két szám összege mindenhol 8 lesz. A két táblázatban a számok összege együttesen 16 · 8, egy táblázatban tehát 8 · 16/2 lesz az összegük.
A 10 · 10-es táblázatra ugyanilyen számítással azt kapjuk, hogy az összeg értéke: 20 · 100/2 = 1000.
8. Vizsgáljuk előbb a $\overline{2ab2}$ alakú számokat. Ezek közül kell kiválasztani azokat, amelyekben az első két jegy összege kétszerese az utolsó két jegy összegének. A $\overline{22b2}$ alakúakban b = 0, de ez a feladat szövege szerint nem lehetséges. A $\overline{24b2}$ alakúakban b = 1, ez sem felel meg a feltételeknek. A $\overline{26b2}$ alakú számok között 2622 a megfelelő szám. A $\overline{28b2}$ alakúakban b = 3 lenne, de az a feladat szövege szerint nem lehetséges.
Ha ugyanígy végigvizsgáljuk a $\overline{4ab4}$, $\overline{6ab6}$, $\overline{8ab8}$ alakú számokat, akkor még egy megoldást találunk: a 4824-et.
9. Írjuk fel a 72-t az összes lehetséges módon különböző egyjegyű számok szorzataként.
72 = 1 · 8 · 9 = 1 · 2 · 4 · 9 = 1 · 3 · 4 · 6.
Ebből könnyen megtalálható a keresett szám: 9421.

10. Mivel $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, azért a keresett számban a 2, 4, 8, 3, 9, 6 számjegyek szerepelhetnek, meg az 1-es. Ha van benne 6-os, akkor van 9-es is; a 2-esekből vagy egy 8-ast rakunk össze, vagy egy 2-est és egy 4-est (ez utóbbi esetben több jegyű a szám, tehát ezt választjuk). A kapott szám: 96421.
Ha a keresett számban nem szerepel a 6-os, akkor a 3-asokból egy 3-as és egy 9-es, a 2-esekből egy 8-as és egy 2-es adódik. Az így kapott szám: 98321.
A keresett legnagyobb szám tehát 98321.
11. 1, 2, 3, 5, vagy 1, 3, 4, 5, sőt lehet másképpen is.
12. Több megoldás is van: 10, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
vagy 5, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
vagy 5, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1.
13. Ha az első csillag helyére írt számjegyet a, a második helyére írtat b, a harmadik helyére írtat meg c jelöli, akkor tudhatjuk, hogy $7 + a + b = 20$, $a + b + c = 20$, tehát $c = 7$. A számjegyek sorozata $7ab7ab79$ alakú. Az utolsó három jegy összege csak úgy lesz 20, ha $b = 4$. Az a könnyen számolható; 9 lesz az értéke.
A megoldás: 79479479.
14. 900 000.
15. 10 112 358.
16. 95 210.
17. Nincs. Ha a számok szorzata páratlan, akkor nincs köztük páros szám. Ezért mind a négy szám páratlan lesz, csakhogy négy páratlan számnak páros az összege.
18. Nincs. Ha a hét szám szorzata páratlan, akkor mind a szám páratlan. Hét páratlan szám összege páratlan, az összeg tehát nem lehet 100.
19. Az összeg úgy lesz páros, ha két páros vagy két páratlan számot adunk össze. Az első – a 18-cal vett – szorzat páros, párosnak kell tehát lennie a második szorzatnak is. Emiatt a B-ben 32 golyó van, az A-ban meg 19.
20. Két ilyen szám van, a 16 és a 32.
21. A $2002 \cdot 2004 \cdot 2006 \cdot 2008$ szorzat utolsó számjegye ugyanaz, mint a $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8$ szorzat utolsó számjegye, vagyis 4. A $2001 \cdot 2003 \cdot 2005 \cdot 2007$ szorzat utolsó számjegye ugyanaz, mint a $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ szorzat utolsó számjegye, vagyis 5. A $2002 \cdot 2004 \cdot 2006 \cdot 2008 + 2001 \cdot 2003 \cdot 2005 \cdot$ $\cdot\, 2007$ összeg utolsó számjegye $4 + 5 = 9$.
22. $2 + 3 + 4 + 5 = 14$, $17 – 14 = 3$. Hármasból kapott kettőt.
23. „Holnap igazat fogok mondani” – ez nem lehet igaz állítás, mert akkor két egymás utáni napon mondana igazat. Ezt tehát egy hazudós napján mondta, s a következő nap is hazudós nap kell, hogy legyen. Ez annyit tesz, hogy amit mondott, azt csak szombaton mondhatta.
24. 7 órakor 6 órát mutat az órája, azaz 1 óra hosszat nem járt. Amikor hajnalban az óra 3 órát mutatott, valójában 4 óra volt.
25. $38 + 39 + 40 + 41 + 42 = (40 – 2) + (40 – 1) + 40 + (40 + 1) + (40 + 2) = 40 + 40 + 40 + 40 +$ $+ 40 = 200$.
26. $2000 : 5 = 400$, így $398 + 399 + 400 + 401 + 402 = 5 \cdot 400 = 2000$.
27. A keresett háromjegyű számok száma pontosan annyi, ahány kétjegyű szám van, mivel például a 23 és a 232 szám kölcsönösen meghatározza egymást. A vizsgált háromjegyű számok száma tehát 90.
28. A keresett ötjegyű számok száma pontosan annyi, ahány háromjegyű szám van, mivel például a 230 és a 23032 szám kölcsönösen meghatározza egymást. A vizsgált ötjegyű számok száma tehát 900.
29. Az (1, 20), (2, 19), (3, 18), ..., (10, 11) számpárok mindegyikében 21 a két szám összege. Kerüljön a 10 számpárból öt az egyik, öt a másik csoportba; ezzel a két csoportban ugyanannyi lesz a számok összege.
30. Nem oszthatók szét. Ha szét lehetne őket így osztani, akkor az 1, 2, 3, ..., 19, 20, 21 számok

összege páros lenne, csakhogy ez az összeg páratlan, mert 11 páratlan és 10 páros szám összege.
31. A háromjegyű számokban a számjegyek összege 1, 2, ..., 27 lehet. Ha 28 kártyát választunk, akkor lesz közöttük két olyan háromjegyű szám, melyben ugyanannyi a számjegyek összege.
32. Minden vágás 3-mal növeli a papírdarabok számát. A vagdosásokkal kapott papírdarabkák száma tehát rendre 1, 4, 7, 10, 13, ..., 97, 100, ... Van tehát olyan pillanat, amelyben az addigi vagdosások eredményeképpen 100 a papírdarabkák száma.
33. Az első 99 csoportban 1 + 2 + 3 + ... + 99 számot írtunk le. 1 + 99 = 2 + 98 = ... = 49 + 51 = = 100. Az 50-nek nem jut pár; összesen 49 pár van. Az összeg értéke 49 · 100 + 50 = 4950. A 100. csoport első száma: 4951.
34. Okoska kék színnel ír le 6 számot, majd pirossal 6 számot, azután megint kékkel hatot stb. 55 = = 9 · 6 + 1, az 55. szám tehát a tizedik hatos blokk első száma lesz – egy piros 1-es.
35. 1 + 2 + 3 + ... + 13 = 91 < 100, 1 + 2 + 3 + ... + 13 + 14 = 105 > 100, a sorozat 100. eleme tehát a 14. szakaszból való szám, vagyis egy 4-es.
36. A 10. helyen 1-es, a 20. helyen is 1-es, az 50. helyen 3, és a 100. helyen 5 áll.
A 100. helyen álló számhoz úgy jutunk el, hogy leírjuk a 9 egyjegyű számot, azután 45 kétjegyű számot (ez összesen 9 + 45 · 2 = 99 számjegy), majd leírjuk a 46. kétjegyű szám első számjegyét. A 46. kétjegyű szám az 54-es. A 100. helyen tehát 5-ös áll.
37. 91 szál gyertya maradékából (91 = 7 · 13) 13 gyertya készül. A 13 szál és a 92. gyertya (14 = 7 · · 2) maradékából 2 új gyertya készül. Ezután a maradékból már nem készülhet új gyertya. A takarékos nagybácsi tehát 92 + 13 + 2 = 107 gyertyát égethet.
38. 13 játszmát játszottak, ebből az első hármat nyert, a második tízet.
39. 196 – 163 = 33 és 33 = 16 + 17, így a 196 centiméter meg a 163 centiméter válaszhoz tartozhatna a 16 centiméteres és a 17 centiméter tévedés, ha Andris 180 centiméter vagy 179 centiméter magas. 185 – 178 = 7 és 7 = 1 + 6. Ha ezek a találgatások és a tévedések, akkor Andris 184 centiméter vagy 179 centiméter magas, más lehetőség nincs. A keresett magasság tehát csak 179 centiméter lehet.
40. A fenyő 20 vagy 12 méteres.
41. Az első két feltételből adódik, hogy a kék a 2. vagy a 4.
helyen áll. A piros nem lehet ötödik, s nem lehet első sem; csak középen állhat. A golyók sorrendje: Z, K, P, S, B.
42. A szám vagy 4163, vagy 6314.
43. Az összegből az első és harmadik tag összege a következő lehet: 1234 + 4321, 2345 + 5432, 3456 + 6543, 4567 + 7654, 5678 + 8765 vagy 6789 + 9876. Ha ezeket a részösszegeket összehasonlítjuk a teljes 17 967 összeggel, akkor kiderül hogy 4567 + 5746 + 7654 = 17 967 az egyetlen megoldás.
44. Ha összeadjuk, hogy ki hány dalt énekelt, akkor az elénekelt dalok számának háromszorosát kapjuk. Anna 8 dalt, Bea és Cili 6-ot vagy 7-et, Dóra 5-öt énekelt, ezért ez az összeg 25, 26, 27, 28 vagy 29 lehet. Ezekből a lehetséges számokból csak a 27 osztható 3-mal, emiatt 9 dalt adtak elő.
45. Lehetett közülük egy első és két második; ebből három eset adódik. Lehetett azután két első és egy második; ebből három újabb eset adódik. S végül lehet, hogy hárman egyszerre futottak be; összesen tehát hétféle sorrendben érhettek célba.
46. Egy, az 1. állomáson felszálló utas leszállhatott a 2., 3., ..., 12. állomáson, az ilyen utasok száma tehát 11 lehet. Egy, a 2. állomáson felszálló utas leszállhatott a 3., 4., ..., 12. állomáson; az ilyen utasok száma 10 lehet. A 11. állomáson felszálló utas a 12. állomáson szállt le. Legfeljebb 11 + 10 + + 9 + ... + 1 = 66 utas utazhatott tehát ezen a járaton.
47. Az első kulcshoz tartozó bőrönd megtalálásához elég 9 próbálkozás, mert ha az első 9 próbálkozás sikertelen, akkor a kulcs a tizedik bőröndhöz való. A második kulcshoz tartozó bőröndöt 8 próbálkozás után biztosan megtaláljuk, a harmadik kulcshoz elég 7 próbálkozás, és így tovább. A kulcsok helyét 9 + 8 + ... + 2 + 1 = 45 próbálkozással megtaláljuk még a legrosszabb esetben is.

48. Mivel az A szekrénynek csak egy szomszédja van, ezért A kulcsa nyitja B-t is. Éppígy az E kulcsa nyitja a D-t is. A, B, E és D tehát ugyanazzal a kulccsal nyitható. A C szekrényt nyitja a B-t nyitó kulcs, emiatt a szekrények kinyitásához elég egyetlen kulcs is.
49. Az a dolog nyitja, hogy senki sem érhet el pontosan 4 találatot, mert ha 4 címkét jó helyre tesz vissza, akkor az ötödiket sem teheti rossz helyre. Pontosan 4 találata tehát senkinek sem volt; 5 találatot 3 versenyző ért el.
50. A két gyerek között mindkét félkörön ugyanannyi gyerek áll. A 10-es és a 43-as sorszámú gyerek között 32 gyerek van, és 32 van a másik félkörön is. Összesen tehát (a két kiválasztott gyerekkel együtt) 32 + 32 + 2 = 66 gyerek áll a körben.
51. Próbáljuk végig a lehetőségeket: január elseje eshetett hétfőre, keddre, ..., vasárnapra. Ha például hétfőre esett, akkor 8., 15., 22., 29. is hétfő volt, vagyis 5 hétfő volt januárban. A feladat állítása csak akkor lehet igaz, ha január elseje keddre esett.
52. A hét dobozban kétszer annyi piros golyó van, mint kék, a golyók száma tehát háromszor annyi, mint a kék golyóké, vagyis a megmaradó hét dobozban a golyók száma osztható 3-mal. A 8 dobozban összesen 215 golyó van, ebből csak a 62 elhagyásával kapunk 3-mal osztható számot. Máté tehát a nyolcadik dobozt vette el.
53.

$$A + B + C + D + E = 490 \qquad B + C = 66 \qquad A \cdot D = 756$$
$$D + E = 418 \qquad B \cdot E = 2628$$

$(B + C) + (D + E) = 66 + 418 = 484$, s ha ezt összehasonlítjuk az $A + B + C + D + E = 490$ egyenlettel, akkor az adódik, hogy $A = 490 – 484 = 6$.
Mivel $A \cdot D = 756$, vagyis $6 \cdot D = 756$, azért $D = 126$.
Tudjuk, hogy $D + E = 418$, vagyis $126 + E = 418$, következésképpen $E = 292$.
Mivel $B \cdot E = 2628$, vagyis $B \cdot 292 = 2628$, s emiatt $B = 9$.
Mivel $B + C = 66$, vagyis $9 + C = 66$, azért $C = 57$.
Mindent összevéve $A = 6$, $B = 9$, $C = 57$, $D = 126$, $E = 292$.
54. A keresett szám a 24 : 72 = 12 · 6.
55. 5 + 4 = 9.
56. A keresett szám osztható 3-mal is, 4-gyel is, osztható tehát 12-vel. Ez a szám 12, 24, 36, 48, ... lehet. Közülük a 36 lesz a megoldás.
57. A félig telt hordó tömegének kétszereséből levonjuk a teli hordó tömegét, s ezzel megkapjuk az üres hordó tömegét; az 20 kilogramm.
58. A csiga naponta 4 – 3 = 1 métert halad felfelé. 8 nap alatt 8 méter magasra jut, a kilencedik napon megtesz még 4 métert, és azzal feljut a 8 + 4 = 12 méter magas fa tetejére.
59. Ha András a felét fizette a másik három által fizetett összegnek, akkor a 2400 forintból 800 forintot fizetett, a többiek 1600 forintot. Ha Béla a harmadát fizette a másik három által fizetett összegnek, akkor a 2400 forintból 600 forintot fizetett, a többiek 1800 forintot. Ha Csaba a negyedét fizette a másik három által fizetett összegnek, akkor 480 forintot fizetett a 2400 forintból, a többiek 1920 forintot. András, Béla és Csaba tehát 800 + 600 + 480 = 1880 forintot fizetett, s Dénes 520 forintot.
60. Egy csoki 16 + 11 = 27 forintba került; 7 · 27 = 189 forintot fizettem és maradt 11 forintom, eredetileg tehát 189 + 11 = 200 forintom volt.
61. Az ablakok száma 3 · 5 = 15, s azokban 2 · 15 = 30 virágláda van. Ezekbe a virágládákba összesen 30 · 4 = 120 virágtő kerül.
62. Moha 18 palántát ültet, Páfrány 12-t.
63. Ha két békaugrás ugyanannyi hosszú, mint három szöcskeugrás, akkor 2 · 9 = 18 békaugrással 3 · 9 = 27 szöcskeugrás ér fel.
64. Frakk 10 másodperc alatt 20 méterrel jut közelebb Lukréciához. A 180 méter előnyt Frakk 9 · 10 = 90 másodperc, vagyis másfél perc alatt dolgozza le.

65. Ha egy halért és egy madárért egy kacsát lehet kapni, egy madárért pedig két halat adnak, akkor három hal ér egy kacsát, vagyis két kacsáért hat halat kell adni.
66. Ha egy libatojást két kacsatojásért és 2 tyúktojásért cserélhetek el és egy kacsatojásért 2 tyúktojást kell adnom, akkor egy libatojásért $2 \cdot 2 + 2 = 6$ tyúktojás jár.
67. Ha két macskáért egy kutyát és egy egeret kapok, öt egeret pedig egy kutyára cserélhetek, akkor két macska $5 + 1 = 6$ egeret ér. Egy macskáért három egeret kell adnom.
68. Ha 2 lúdért 4 kakast adtak, akkor 1 lúdért 2-t. S ha 4 csirkéért 2 kakast adnak, akkor 2 csirkéért 1 kakast. 1 lúdért és 2 csirkéért tehát $2 + 1 = 3$ kakast adnak.
69. Mit tudunk?

800 garas = 100 dukát
100 garas = 250 tallér

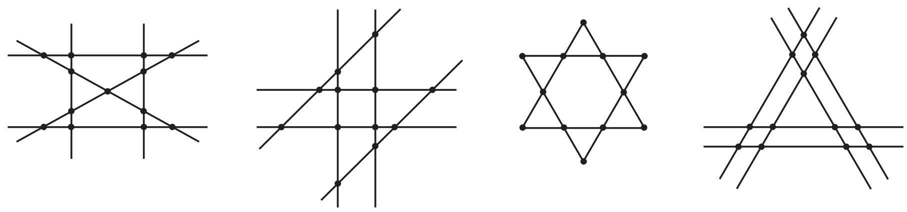
Ha itt 100 garas helyett 800 garas állna, akkor összekapcsolhatnánk a két egyenlőséget:

Ha 100 garas = 250 tallér, akkor 800 garas = 2000 tallér.

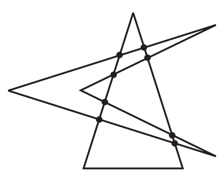
Nézzük ezt a két egyenlőséget:

800 garas = 100 dukát
800 garas = 2000 tallér

Eszerint 100 dukát = 2000 tallér, 10 dukát tehát 200 tallér és 5 dukát = 100 tallér.
70. A fabatka és a fitying között kell kapcsolatot keresni. Az összekötő kapocs a peták. Ha 3 peták 15 fabatkát ér, akkor 6 peták 30 fabatkát. Tudjuk, hogy 3 fitying 6 petákot ér, 3 fitying értéke tehát 30 fabatka, vagyis 1 fitying 10 fabatkát ér.
71. Ha az első ajándékozó ajándékainak száma x, akkor a másodiké $2x$, a harmadiké $6x$, a negyediké $24x$. Ez összesen $x + 2x + 6x + 24x = 33x = 132$, s ebből $x = 4$.
Az ajándékok száma: 4, 8, 24, 96.
72. Ha az almák szétosztása után mindenkinek 1–1 alma jutott, akkor kezdetben a gráciák kosaraiban 4–4 alma volt, összesen tehát 12 alma.
73. a) A vágásokkal $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ darab kis kocka keletkezett. A festetlen kockák a nagy kocka ,,belsejében" vannak, és egy $8 \times 8 \times 8$-as kockát alkotnak. A festetlen kockák száma
$8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$. Ezért azoknak a kockáknak a száma, amelyeknek legalább az egyik oldaluk fekete, $1000 - 512 = 488$.
b) Azok a kockák, amelyeknek pontosan egy oldaluk fekete, a nagy kocka oldallapjaira esnek, és nem lehetnek a kocka élein. Minden oldallapon $8 \cdot 8 = 64$ olyan kocka van, amelynek pontosan egy oldala fekete, a 6 lapon tehát összesen $6 \cdot 64 = 384$ ilyen kocka van.
74. Több lehetőség van. Közülük néhányat mutatnak a rajzok.



75. Egy háromszöget egy egyenes legfeljebb 2 pontban metszhet.
A négyszög négy oldala a háromszöget legfeljebb $4 \cdot 2 = 8$ pontban metszheti. Ez a 8 metszéspont lehetséges is.



76. A kérdezett egyenesek a kocka élei, lapátlói és testátlói. Ezek száma rendre 12, 12 és 4. Összesen 28 ilyen egyenes van.
Számolhatunk egyszerűbben is. Minden csúcsot 7 másikkal köthetünk össze, ez $8 \cdot 7$ egyenes, de így mindegyik egyenest kétszer számoltunk, az egyenesek száma tehát $8 \cdot 7/2 = 28$.
77. Számoljuk meg, hogy hányféle színezés ad 0, 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 piros lapot. Ha a piros lapok száma 0, 1, 5 vagy 6, akkor csak egy-egy színezés lehetséges (ez összesen 4 lehetőség). 2 lapot pirosra és 4-et kékre színezni ugyanannyiféleképpen lehet, mint 2 lapot kékre és 4-et pirosra. A 2 piros lap szomszédja lehet egymásnak egy él mentén vagy egymással szemközt fekszik. Ha tehát a piros lapok száma 2 vagy 4, akkor 2–2 színezés lehetséges. Három lapot kétféle választhatunk ki: két szemköztit meg valamelyik oldalsót, vagy három olyan lapot, amelyeknek van egy közös csúcsa. Mindent összevéve a kocka lapjait két színnel 10 különböző módon lehet kiszínezni.

44. Játsszunk!

A kezdő játékos elő lépésében megfordítja a 11 korong közül a középsőt, tehát a sorban 6. helyen állót. (Ha 12 korong van letéve, akkor a középső két korongot fordítja meg: a sorban 6. és 7. helyen állót.)
Ezután a kezdő játékos mindig az ellenfele lépésének a tükörképét lépi; ha például a második játékos megfordítja a 3. korongot, akkor a kezdő játékos – a 11 korongos változatban – a 9. korongot (mert a 3. helyet a középsőre, a 6.-ra tükrözve a 9. helyet kapjuk).
Ha a korongok kör alakban vannak elhelyezve, akkor a második játékos nyerhet, mivel a kezdő első lépése után a játék megegyezik az előző játékkal. A kezdő első lépése után a kör megszakad, a második játékos a korongokat már egy sorban állónak veheti, és megfordítja a középsőt vagy a középső kettőt, és később mindig annak a tükörképét lépi, amit előtte az ellenfele.

45. Melyik az az állat...?

Az utasítások nyomán mindenképpen a 6. betűhöz, a D-hez jutunk (hacsak nem jön közbe valami számolási hiba). Az ország D-vel Dánia lesz. Ha eddig eljutunk, akkor a gyümölcs N-nel várhatóan a narancs lesz, az állat R-rel meg remélhetőleg a róka.

46. Az utolsó fejtörő

A 26 159 prímtényezős felbontása: $26\,159 = 7 \cdot 37 \cdot 101$.
A kapitány életkora 37 év.