

Daniel Fleisch

ÚTMUTATÓ A MAXWELL-EGYENLETEKHEZ

Daniel Fleisch

**ÚTMUTATÓ
A MAXWELL-
EGYENLETEKHEZ**

This translation of *A Student's Guide to Maxwell's Equations*
is published by arrangement with Cambridge University Press.
© D. Fleisch 2008

Hungarian translation © Bokor Nándor, 2019
Hungarian edition © Typotex, Budapest, 2019
Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

ISBN 978 963 493 018 1

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!

Újabb kiadványainkról és akcióinkról a www.typotex.hu
és a facebook.com/typotexkiado oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó

Alapította Votisky Zsuzsa, 1989

A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Németh Kinga

Főszerkesztő: Horváth Balázs

A kötetet gondozta: Gerner József

A borítót készítette: Szalay Éva

Nyomta és kötötte: László András és Társa Nyomdaipari Bt.

Felelős vezető: László András

Tartalom

Személyes ajánló a magyar kiadáshoz	7
Előszó	9
1. Az elektromos mezőre vonatkozó Gauss-törvény	13
1.1. A Gauss-törvény integrális alakja	13
Az elektromos mező	15
A skaláris szorzás	18
A normális egységvektor	19
Az $\vec{E}$ felületre normális komponense	20
A felületi integrál	21
Vektormező fluxusa	22
Az elektromos fluxus zárt felületre	25
A bezárt töltés	28
A szabad tér permittivitása	30
A Gauss-törvény alkalmazása (integrális alak)	32
1.2. A Gauss-törvény differenciális alakja	40
A nabla-operátor	41
Nabla-pont – A divergencia	42
Az elektromos mező divergenciája	46
A Gauss-törvény alkalmazása (differenciális alak)	47
Feladatok	50
2. A mágneses mezőre vonatkozó Gauss-törvény	53
2.1. A Gauss-törvény integrális alakja	53
A mágneses mező	55
A mágneses fluxus zárt felületre	58
A Gauss-törvény alkalmazása (integrális alak)	60
2.2. A Gauss-törvény differenciális alakja	62
A mágneses mező divergenciája	63

A Gauss-törvény alkalmazása (differenciális alak)	64
Feladatok	65
3. A Faraday-törvény	67
3.1. A Faraday-törvény integrális alakja	67
Az indukált elektromos mező	70
A vonalmenti integrál	72
Vektormező vonalmenti integrálja	73
Az elektromos mező örvényessége	75
A fluxus változási üteme	76
A Lenz-törvény	78
A Faraday-törvény alkalmazása (integrális alak)	79
3.2. A Faraday-törvény differenciális alakja	81
Nabla-kereszt – a rotáció	82
Az elektromos mező rotációja	85
A Faraday-törvény alkalmazása (differenciális alak)	86
Feladatok	88
4. Az Ampère–Maxwell-törvény	91
4.1. Az Ampère–Maxwell-törvény integrális alakja	91
A mágneses mező örvényessége	93
A szabad tér permeabilitása	94
A körbezárt elektromos áram	96
A fluxus változási üteme	98
Az Ampère–Maxwell-törvény alkalmazása (integrális alak)	102
4.2. Az Ampère–Maxwell-törvény differenciális alakja	109
A mágneses mező rotációja	109
Az elektromos áramsűrűség	112
Az eltolási áramsűrűség	114
Az Ampère–Maxwell-törvény alkalmazása (differenciális alak)	115
Feladatok	117
5. A Maxwell-egyenletektől a hullámegyenletig	121
A divergenciatétel	122
A Stokes-tétel	125
A gradiens	128
Néhány hasznos azonosság	129
A hullámegyenlet	130
Függelék: A Maxwell-egyenletek anyagban	135

Személyes ajánló a magyar kiadáshoz

Teller Ede száztiz éve, 1908. január 15-én született. E napról gyakran megemlékezik a sajtó. Az egyik megemlékezésben rábukkantam Teller Ede 18 évesen írt szavaira: „Maxwell egyenletei valóban gyönyörűek. Amikor befejeztem tanulásukat, azon az estén meghallgattam Beethoven IX. szimfóniáját. A szimfóniát kicsit még a Maxwell-egyenleteknél is szebbnek éreztem, de mindenképp jóval nehezebbnek.” A 110 éves megemlékezés napján már fél éve foglalkoztatott a gondolat, hogy Daniel Fleisch, az ohiói Wittenberg Egyetem professzorának *A Student's Guide to Maxwell's Equations* című könyvét magyarra fordíttatom és magánkiadásban megjelentetem. Teller szavait megismerve elhatároztam, hogy a magyar cím az eredeti cím szó szerinti fordítása helyett *A Maxwell egyenletek szépsége* lesz. Címjavaslatomhoz Fleisch professzor nem járult hozzá. Az eredeti mű kiadói joga a Cambridge University Press birtokában van, és a magyar nyelvű kiadás jogát magánszemélynek nem akarta átadni, csak egy tapasztalt kiadónak. Hálámat fejezem ki a Typotex Kiadónak, amiért elvállalta a könyv megjelentetését.

Egyetemi oktatóm Dr. Fodor György (1929–2011) emlékére a kiadás összes költségét magamra vállaltam. Őszintén remélem, hogy professzor úr posztumusz jobb jegyre javítja a villamosságtan szigorlaton elért – nem túl fényes – jegyemet.

Budapest, 2018. október hó

Degrell László
vegyész, villamosmérnök

Előszó

Ennek a könyvnek az a célja, hogy elősegítse négy olyan egyenletnek a megértését, amelyek a tudomány egészét tekintve is a legnagyobb hatású felismerések közé tartoznak. A Maxwell-egyenletek jelentősége nyilvánvaló, elég rápillantanod mindennapos használati tárgyainkra – a rádió, a tévé, a radar, a WiFi, a Bluetooth alapja minden esetben az elektromágneses térelmélet. Nem csoda, hogy a *Physics World* magazin olvasói a Maxwell-egyenleteket választották „minden idők legfontosabb egyenleteinek”.

Miben különbözik ez a könyv a többi, az elektromosságról és mágnességről írt több tucatnyi tankönyvtől? A legfontosabb különbség, hogy kizárólag a Maxwell-egyenletekre fókuszál, vagyis nem kell átverekedned magad több száz oldalnyi, a kapcsolódó témaköröket tárgyaló anyagon, mielőtt eljutnál a lényegi fogalmakhoz. Így marad elegendő hely a legfontosabb jellemzők részletes magyarázatára, például arra, hogy mi a különbség a töltésalapú elektromos mező és az indukált elektromos mező között, mi a divergencia és a rotáció fizikai jelentése, miért egyformán hasznos az egyenletek integrális és differenciális alakja.

A tárgyalás módja is nagyban eltér a többi könyvétől. Minden fejezet elején megtalálod valamelyik Maxwell-egyenlet „kiterjesztett nézetét”, amely világosan leírja valamennyi betű jelentését. Ha már tanultál a Maxwell-egyenletekről és csupán gyorsan újra át szeretnéd tekinteni azokat, akkor a kiterjesztett nézet akár elegendő is lehet. Ha viszont a Maxwell-egyenletek bármelyik részlete kicsit is homályos számodra, akkor a kiterjesztett nézetet követő szakaszokban meg fogod találni valamennyi szimbólum pontos értelmezését (beleértve a matematikai műveletekét is). Tehát, ha például nem vagy biztos a Gauss-törvényben szereplő $\vec{E} \circ \hat{n}$ jelentésében, vagy abban, hogy a mágneses mező örvényléséhez miért csak a körbezárt áram járul hozzá, akkor hasznosnak fogod találni ezeket a szakaszokat.

Mivel a könyv diákok számára írt kalauz, két kiegészítő forrásanyag is tartozik hozzá, amelyek célja, hogy segítsék az olvasót a Maxwell-egyenletek

megértésében és alkalmazásában: egy interaktív honlap és egy online elérhető hanganyag- (podkasztt-) sorozat. A honlapon a könyvben szereplő összes feladat részletes megoldása megtalálható interaktív formában – ami azt jelenti, hogy választhatsz: rögtön a teljes megoldáshoz fordulsz, vagy útbaigazítások sorozatán keresztül magad jutsz el a helyes válaszhoz. Ha viszont az a típus vagy, aki könnyebben tanul, ha előszót is hall és nem csupán olvassa a szöveget, akkor a podkaszttok neked szólnak. Ezek az MP3-fájlok végigvezetnek a könyv minden egyes fejezetén, rámutatnak a fontos részletekre és kiegészítő magyarázatokat fűznek a kulcsfontosságú fogalmakhoz.

Neked szól ez a könyv? Ha olyan természettudomány vagy mérnök szakos hallgató vagy, aki találkozott már valamilyen tankönyvben a Maxwell-egyenletekkel, de bizonytalan a pontos jelentésüket vagy használatukat illetően, akkor igen. Ha záróvizsgára készülsz ebben a témában, olvasd el a könyvet, hallgasd meg a podkaszttokat, és rágd át magad a példákön és a feladatokon. Ha végzős hallgató vagy, és államvizsgákra készülve át kell tekintened a témát, ez a könyv és a hozzá tartozó kiegészítő anyagok segíteni fognak a felkészülésben.

Ha nem természettudomány-szakos BSc- vagy MSc-hallgató vagy, csupán egy érdeklődő fiatal, vagy olyan ember, aki az élethosszig tartó tanulás híve, aki szeretne többet tudni az elektromos és mágneses terekről, akkor ez a könyv bemutatja neked azt a négy egyenletet, amelyek az általad is nap mint nap használt technológiák nagy részének az alapjául szolgálnak.

A mű kötetlen stílusban íródott, a matematikai szigorúságban csak addig mentem, hogy az ne akadályozza a Maxwell-egyenletek mögöttes fizikai tartalmának a megértését. A könyvben sok-sok fizikai analógia szerepel – például az elektromos és mágneses terek fluxusa, valamint a folyadékok áramlása közötti hasonlóság. James Clerk Maxwell különösen szerette ezt a fajta gondolkodást. Gondosan rámutatott arra, hogy az analógia lényege nem a *mennyiségek* hasonlósága, hanem a *mennyiségek közötti*, egymással analóg *kapcsolatok*. Például sokaknak segíthet az elektrosztatikus mező természetének megértésében az az analógia, amikor a pozitív elektromos töltést (mint az elektromos térerővonalak forrását) egy vízcaphoz (mint a folyadékáramlás forrásához) hasonlítjuk, noha a statikus elektromos mezőben valójában semmi nem áramlik.

Egy utolsó megjegyzés a könyvben bemutatott négy Maxwell-egyenletről: Talán meglepő, de amikor Maxwell kidolgozta az elektromágnességről szóló elméletét, akkor végeredményül nem négy, hanem húsz egyenletet kapott, amelyek az elektromos és mágneses mezők viselkedését írják le. A brit Oliver Heaviside és a német Heinrich Hertz a Maxwell halálát követő évtizedekben

az eredeti Maxwell-egyenleteket egységesítették és négy egyenletre egyszerűsítették. Ennek a négy egyenletnek a mai elnevezése: az elektromos mezőre vonatkozó Gauss-törvény, a mágneses mezőre vonatkozó Gauss-törvény, a Faraday-törvény és az Ampère–Maxwell-törvény. Mivel ma általában ezt a négy törvényt értjük Maxwell-egyenletek alatt, a könyvben ezeknek a kifejtését és értelmezését fogod megtalálni.

Köszönetnyilvánítás

A könyv egy beszélgetés eredménye, amelyet John Krausszal, az Ohio State University nagy rádiócsillagászával folytattam, aki megtanított az egyszerű magyarázatok értékére. Bill Dollhopf, a Wittenberg University professzora hasznos javaslatokat adott az Ampère–Maxwell-törvénnyel kapcsolatban, Casey Miller, a University of Texas posztdoktora pedig a Gauss-törvénnyel kapcsolatban tette ugyanezt. Mind Julia Kregenow, a UC Berkely MSc-hallgatója, mind pedig Carissa Reynolds, a Wittenberg BSc-hallgatója végigolvasta a teljes kéziratot, és mindketten jelentős mértékben hozzájárultak a könyv tartalmához és stílusához. Az illusztrációkban Daniel Gianola a Johns Hopkins Universityról és a Wittenbergen végzett Melanie Runkel segített. Az edinburghi Maxwell Foundation biztosított helyet számomra a munkához a projekt korai szakaszában, a Cambridge Universityn pedig elérhetővé tették számomra az egyetem James Clerk Maxwell irataiból álló kiterjedt gyűjteményét. A könyv kidolgozása alatt végig nagyszerű iránymutatást és türelmes támogatást kaptam Dr. John Fowlertól, a Cambridge University Press munkatársától.