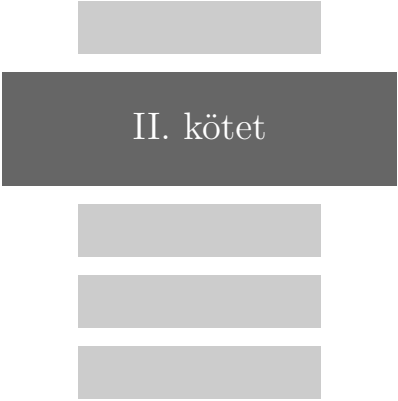


A Feynman-előadások fizikából

A Feynman-előadások fizikából

Richard P. Feynman
Robert B. Leighton
Matthew Sands



II. kötet


TYPOTEX

A könyv megjelenését támogatta:
a Magyar Tudományos Akadémia és
a Nemzeti Kulturális Alap a kiadói program keretében.



Copyright © 1964, 2006, 2010 by California Institute of Technology,
Michael A. Gottlieb, and Rudolf Pfeiffer
All rights reserved.
A frissített magyar kiadás alapjául szolgált:
The Feynman Lectures on Physics
Published in 2011 by Basic Books,
A Member of the Perseus Books Group

Hungarian translation © dr. Bozóky György, dr. B. Gombosi Éva,
Király Péter, Nagy Elemér, Typotex, Budapest, 2019
Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

Szakmailag lektorálta: Patkós András

ISBN 978 963 493 007 5

Kedves Olvasó!
Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!
Újabb kiadványainkról és akcióinkról
a www.typotex.hu és a facebook.com/typotexkiado
oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó
Alapította Votisky Zsuzsa, 1989
A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.
Felelős kiadó: Németh Kinga
Főszerkesztő: Horváth Balázs
A kötetet gondozta: Gerner József
Borítóterv: Somogyi Péter
Nyomás: Séd Nyomda Kft.
Felelős vezető: Katona Szilvia

Tartalom

26. Optika: A legrövidebb idő elve	11
26.1. A fény	11
26.2. Visszaverődés és törés	13
26.3. A legrövidebb idő Fermat-féle elve	15
26.4. A Fermat-elv alkalmazásai	19
26.5. A Fermat-elv pontosabb megfogalmazása	25
26.6. Hogyan megy végbe a fényterjedés?	27
27. Geometriai optika	29
27.1. Bevezetés	29
27.2. Gömbfelület fókusz távolsága	30
27.3. A lencse fókusz távolsága	35
27.4. Nagyítás	37
27.5. Lencserendszerek	39
27.6. Lencsehibák	40
27.7. Felbontóképesség	42
28. Elektromágneses sugárzás	44
28.1. Elektromágnesség	44
28.2. Sugárzás	48
28.3. A sugárzó dipólus	50
28.4. Interferencia	53
29. Interferencia	55
29.1. Elektromágneses hullámok	55
29.2. A sugárzás energiája	57
29.3. Szinuszhullámok	58
29.4. Két dipólusból álló sugárzók	60
29.5. Az interferencia matematikája	64
30. Diffrakció	69
30.1. Több azonos oszcillátor eredő amplitúdója	69
30.2. Optikai rács	73
30.3. Optikai rács felbontóképessége	78
30.4. Parabolaantenna	79

30.5. Színes hárták; kristályok	81
30.6. Diffrakció átlátszatlan ernyőn	82
30.7. Síkban rezgő töltések tere	86
31. A törésmutató eredete	91
31.1. A törésmutató	91
31.2. A közeg által keltett erőter	96
31.3. Diszperzió	99
31.4. Fényelnyelődés	103
31.5. Az elektromos hullámok által hordozott energia	105
31.6. Fényelhajlás ernyőn	107
32. Sugárzási csillapodás. Fényszóródás	110
32.1. Sugárzási ellenállás	110
32.2. Az időegység alatt kisugárzott energia	112
32.3. A sugárzási csillapodás	114
32.4. Független fényforrások	116
32.5. Fényszóródás	119
33. A polarizáció	126
33.1. A fény elektromos vektora	126
33.2. A szórt fény polarizációja	128
33.3. A kettős törés	129
33.4. Polarizátorok	133
33.5. Az optikai aktivitás	134
33.6. A visszavert fény intenzitása	136
33.7. Rendellenes fénytörés (anomális refrakció)	139
34. A sugárzás relativisztikus jelenségei	144
34.1. Mozgó sugárforrások	144
34.2. A „látszólagos” mozgás meghatározása	146
34.3. A szinkrotronsugárzás	148
34.4. A kozmikus szinkrotronsugárzás	152
34.5. A fékezési sugárzás	154
34.6. A Doppler-effektus	155
34.7. Az $(\omega, \mathbf{k})$ négyesvektor	159
34.8. Aberráció	161
34.9. A fény impulzusa	162

35. A színlátás	165
35.1. Az emberi szem	165
35.2. A szín függ az intenzitástól	167
35.3. A színérzékelés mérése	170
35.4. Színdiagram	175
35.5. A színlátás mechanizmusa	177
35.6. A színlátás fiziokémiája	181
36. A látás mechanizmusa	185
36.1. Színérzékelés	185
36.2. A szem fiziológiája	189
36.3. Pálcikasejtek	195
36.4. Az összetett (rovar-) szem	196
36.5. Egyéb típusú szemek	201
36.6. A látás neurológiája	203
37. Kvantumos viselkedés	209
37.1. Atomi mechanika	209
37.2. Lövedékkísérlet	211
37.3. Hullámkísérlet	213
37.4. Elektronkísérlet	215
37.5. Elektronhullámok interferenciája	217
37.6. Az elektronok megfigyelése	219
37.7. A kvantummechanika elvi alapjai	224
Összefoglalás	225
37.8. A határozatlansági elv	227
38. A hullám- és a részecskeszemlélet	229
38.1. Valószínűségi hullámok amplitúdói	229
38.2. A hely és az impulzus mérése	231
38.3. Elhajlás kristályon	236
38.4. Egy atom mérete	239
38.5. Energiaszintek	241
38.6. Filozófiai vonatkozások	243
39. Kinetikus gázelmélet	247
39.1. Az anyag tulajdonságai	247
39.2. A gázok nyomása	249
39.3. A sugárzás összenyomhatósága	254

39.4. A hőmérséklet és a kinetikus energia	256
39.5. Az ideális gázok törvénye	262
40. A statisztikus mechanika alapelvei	266
40.1. Exponenciális eloszlás a légkörben	266
40.2. A Boltzmann-törvény	269
40.3. Folyadékok párolgása	270
40.4. A molekulák sebességeloszlása	272
40.5. A gázok fajhője	277
40.6. A klasszikus fizika válsága	280
41. Brown-mozgás	284
41.1. Az energia ekvipartíciója	284
41.2. A sugárzás termikus egyensúlya	288
41.3. Ekvipartíció és a kvantumoszillátor	293
41.4. Bolyongás	297
42. A kinetikus elmélet alkalmazásai	302
42.1. Párolgás	302
42.2. Termikus elektronemisszió	307
42.3. Termikus ionizáció	308
42.4. Kémiai reakciók kinetikája	311
42.5. Einstein-féle sugárzási törvények	314
43. A diffúzió	319
43.1. A molekulák közötti ütközések	319
43.2. Az átlagos szabad úthossz	322
43.3. A driftsebesség	324
43.4. Ionos vezetés	327
43.5. Molekuláris diffúzió	329
43.6. Hővezetés	333
44. A termodinamika főtételei	335
44.1. Hőgépek. Az első főtétel	335
44.2. A második főtétel	339
44.3. Reverzibilis gépek	341
44.4. Az ideális gép hatásfoka	346
44.5. A termodinamikai hőmérséklet	349
44.6. Az entrópia	352

45. A termodinamika alkalmazása	358
45.1. A belső energia	358
45.2. Alkalmazások	363
45.3. A Clausius–Clapeyron-egyenlet	366
46. A kilincskerék	372
46.1. A kilincskerék működése	372
46.2. A kilincskerék mint gép	374
46.3. Reverzibilitás a mechanikában	378
46.4. Irreverzibilitás	380
46.5. Rend és entrópia	382
47. A hang és a hullámegyenlet	386
47.1. Hullámok	386
47.2. A hang terjedése	389
47.3. A hullámegyenlet	391
47.4. A hullámegyenlet megoldásai	394
47.5. A hangsebesség	396
48. A lebegés	398
48.1. Két hullám összege	398
48.2. Lebegés és moduláció	401
48.3. Oldalsávok	403
48.4. Lokalizált hullámcsomagok	405
48.5. Részecskék valószínűség-amplitúdói	408
48.6. Háromdimenziós hullámok	410
48.7. Sajátrezgések	412
49. Sajátrezgések	414
49.1. Hullámok visszaverődése	414
49.2. Hullámok véges térben. Sajátfrekvenciák	416
49.3. Kétdimenziós sajátrezgések	419
49.4. Csatolt ingák	423
49.5. Lineáris rendszerek	425
50. Harmonikus rezgések	427
50.1. Zenei hangok	427
50.2. Fourier-sorok	429
50.3. Hangszín és összhang	431
50.4. Fourier-együtthatók	434

50.5. Az energiatétel	438
50.6. Nemlineáris reakciók	439
51. Hullámok	443
51.1. Fejhullámok	443
51.2. Lökéshullámok	445
51.3. Hullámok szilárd testekben	449
51.4. Felületi hullámok	454
52. A fizikai törvények szimmetriái	460
52.1. Szimmetriaműveletek	460
52.2. Szimmetria térben és időben	460
52.3. Szimmetria és a megmaradási törvények	465
52.4. Tükrözési szimmetria	466
52.5. Poláris és axiálvektorok	469
52.6. Melyik is a jobb kéz?	472
52.7. A paritás nem marad meg!	473
52.8. Antianyag	477
52.9. Sértett szimmetriák	479
A könyvben alkalmazott jelölések	482
Név- és tárgymutató	483

26. fejezet

Optika: A legrövidebb idő elve

26.1. A fény

E fejezetben az *elektromágneses sugárzás* tárgykörével kezdünk foglalkozni. A fény, amelynek segítségével látunk, azonos természetű jelenségek széles spektrumának csak kis részét képezi. E spektrum különböző részeit egy bizonyos változó mennyiség különböző értékei révén különböztetjük meg. E változó mennyiséget *hullámhossznak* nevezzük. Amilyen mértékben a hullámhossz a látható spektrumban változik, ugyanolyan mértékben változik a fény színe is a vöröstől az ibolyáig. Ha a spektrumot a hosszú hullámoktól kezdve a rövidek felé szisztematikusan akarjuk vizsgálni, a legcélszerűbb az ún. *rádióhullámokon* kezdeni. Rádióhullámok a gyakorlatban széles hullámhossztartományban, a rádióműsor-szórásban használtaknál nagyobb hullámhosszakon is rendelkezésünkre állnak.

A rendszeres műsorszórás szokásos hullámhossza 500 m körül van. Ezután az ún. „rövidhullámok”, majd a még rövidebb hullámhosszú radarhullámok, milliméteres hullámok stb. tartományai következnek. A különböző hullámhossztartományok között valójában nincs éles határvonal, hiszen a természet nem jelölt ki számukra tartományokat. A különböző elnevezésű tartományokkal kapcsolatos számértékek csak közelítőek, és természetesen maguk az elnevezések is többé-kevésbé önkényesek.

Hosszú utat kell megjárunk, míg a milliméteres hullámok tartományán át elérkezünk az *infravörösnek* nevezett tartományhoz, majd onnan a *látható fény* spektrumához. Ezen is túlhaladva, az *ultraibolya* tartományba érünk. Ahol az ultraibolya végződik, ott kezdődik a röntgensugarak tartománya, de közöttük pontos határt nem tudunk vonni, ez valahol 10^{-8} m körül van. Ilyen hullámhosszuk van a „lágý” röntgensugaraknak; amelyek után a közönséges és a „kemény” röntgensugarak következnek, majd a γ -sugárzás, és így tovább, amint a hullámhossznak nevezett fizikai mennyiség mind kisebb és kisebb értékeket vesz fel.

A hullámhosszaknak ebben a roppant nagy terjedelmű tartományában legalább három olyan résztartomány van, ahol érdekes közelítések lehetségesek. Egyik ilyen résztartományban pl. a hullámhosszak sokkal rövidebbek, mint a vizsgálatukra szolgáló berendezés mérete; ezenkívül – a kvantumelmélet nyelvén szólva – a fotonenergiák kisebbek a berendezések energiaérzékenységi küszöbértékeinél. Ebben a résztartományban

a *geometriai optikának* nevezett módszer durva, első közelítést szolgáltat. Másrészt, ha a hullámhossz nagyságrendben összemérhető a mérőberendezés méreteivel, amely feltételt könnyebben teljesítik a rádióhullámok, mint a látható fény, és ha a fotonenergiák továbbra is elhanyagolhatóan kicsinyek, akkor a hullámtulajdonságok figyelembevételével – a kvantumelmélettől még mindig eltekintve – egy további, nagyon hasznos közelítést tehetünk. A módszer az *elektromágneses sugárzás klasszikus elméletén* alapszik, amelyet egy későbbi fejezetben fogunk tárgyalni. Végül, ha a még rövidebb hullámhosszak felé tartunk, ahol a hullámjellegtől eltekinthetünk, de a fotonok a mérőberendezés érzékenységi küszöbéhez viszonyítva sokkal nagyobb energiával rendelkeznek, ismét egyszerűbb a fizikai kép: eljutunk a *fotonképhez*. Ezt azonban most csak fő vonásaiban ábrázoljuk, a mindent egy modellt alapján leíró teljes képpel csak jóval később ismerkedünk meg tanulmányaink során.

E fejezetben a tárgyalást a geometriai optika tartományára korlátozzuk, ahol még nem veszünk tudomást a fény hullámhosszáról és fotonjellegéről. Azt a kérdést sem bolygatjuk, hogy a fény lényegében *mi*, csupán *viselkedését* írjuk le olyan távolság- és időértékekkel, melyek lényegesen nagyobbak, mint a fény néhány fontos mennyiségi jellemzője. Mindezzel azt óhajtjuk hangsúlyozni, hogy igen durva közelítésről lesz szó, s az itt megismert módszert ismét „el kell majd ejtenünk”. Ez azonban nem lesz nehéz, hiszen hamarosan áttérhetünk egy pontosabb módszerre.

Bár a geometriai optika csupán közelítés, mégis nagyon jelentős mind műszaki, mind történeti szempontból. A történeti sorrendet követve részletesebben mutatjuk be, mint a fizika néhány más fejezetét, hogy fogalmat nyújtsunk, miként fejlődik tovább egy elmélet vagy fizikai gondolat.

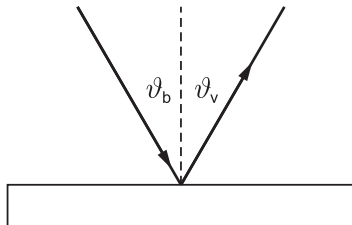
Kezdjük talán azzal, hogy a fényt mindenki ismeri, és időtlen idők óta ismert is volt. Első kérdésünk: Milyen folyamat eredményeként *látjuk* a fényt? Sok elmélet volt már erre vonatkozóan, de egy dologban végül is megállapodtak: van valami, ami a tárgyról visszaverődve a szemünkbe jut. Ez az elképzelés már oly régóta létezik és annyira hozzászoktunk, hogy nemigen értjük, hogyan javasolhattak bölcs emberek merőben ellentétes elméleteket – például hogy a szemből jön ki valami és az érzékeli a tárgyakat. Ugyancsak fontos megfigyelés volt, hogy a fény egyik helyről a másikra *egyenes vonalban* terjed, ha semmi nincs az útjában; valamint hogy a sugarak között egymásrahatás nem mutatkozik. Más szóval, a fény a szobában minden lehetséges irányban ide-oda verődik, a látási vonalunkat keresztező fény azonban nincs befolyással arra a fényre, amely valamely tárgyról a szemünkbe esik. A korpuszkuláris elmélet ellen annak

idején ez volt a legerősebb érv: ezt használta fel Huygens. Ha a fényt valamely irányban kilőtt, nagyszámú nyilacskának képzeljük, akkor más irányban haladó nyilacskák hogyan mehetnek át rajtuk oly könnyedén? Ilyen bölcséleti érveknek persze nincs nagy súlyuk. Mindig mondhatjuk, hogy a fény olyan nyilacskákból áll, amelyek képesek egymáson áthatolni!

26.2. Visszaverődés és törés

Az elmondottak már némileg érzékeltetik a geometriai optika *alapgondolatát*; kissé továbbmenve most áttérünk a kvantitatív tulajdonságok leírására. Eddig csak olyan eseteket tekintettünk, amikor a fény két pont között egyenes vonalban terjedt. Vizsgáljuk most meg, mi történik akkor, ha a fény terjedése közben különböző tárgyakba ütközik. A legegyszerűbb tárgy egy tükör – és a tükrökre vonatkozó törvényt ismerjük: a rá eső fény nem folytatja egyenes vonalú útját a tükrön keresztül, hanem olyan egyenes vonalban verődik vissza róla, amelynek iránya a tükör hajlásszögének megváltoztatása esetén szintén megváltozik. Ókori gondolkodók is törték rajta a fejüket: mi a kapcsolat az itt fellépő két szög között (lásd a 26.1. ábrát)? Az összefüggés nagyon egyszerű, s már réges-régen felfedezték. A tükrökre eső fény olyan módon folytatja útját, hogy mindkét sugár egyenlő szöget zár be a tükörrel. Bizonyos okoknál fogva a szögeket a tükör felületére merőleges egyenestől (a felület normálisától) szoktuk mérni. Az ún. visszaverődés törvénye tehát:

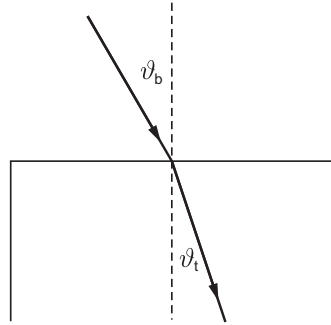
$$\vartheta_b = \vartheta_v. \quad (26.1)$$



26.1. ábra. A beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel

Ennél az egyszerű összefüggésnél sokkal nehezebb problémákkal találkozunk azonban, ha a fény egyik közegből a másikba lép át, pl. levegőből vízbe; ugyanis ekkor sem egyenes vonalban terjed. A vízben a fénysugár iránya eltér a levegőben követett iránytól; ha a ϑ_b szöget úgy változtatjuk, hogy a fénysugár csaknem függőlegesen esik a felületre, a „törési” szög nem olyan nagy. Ha azonban a fénysugár elég nagy szög alatt esik a felületre, az eltérési szög nagyon nagyra válik (26.2. ábra). Kérdés: Mi

lesz az összefüggés a két szög között? Ez a probléma is sok fejtörést okozott a régieknek, a választ azonban sohasem tudták megtalálni! Ennek ellenére a görög fizika azon néhány kérdése közé tartozik, amelyre vonatkozóan feljegyzett kísérleti adatok találhatók. Ptolemaiosz táblázatát állított össze levegőben mért különböző beesési szögekhez tartozó, vízben való törési szögekre. A 26.1. táblázat mutatja a levegőben, ill. a vízben mért szögeket fokban. (Általában azt tartjuk, hogy a görög tudósok nem végeztek egyetlen kísérletet sem. Pedig a törvény ismerete nélkül aligha tudtak ilyen táblázatot összeállítani – hacsak nem kísérlet útján. Meg kell jegyeznünk azonban, hogy a táblázat adatai – mivel tökéletesen illeszkednek egy parabolához – nem minden szögre vonatkozóan pontos, független mérések eredményei, hanem csak néhány mérésből interpolált számok.)



26.2. ábra. A fénysugár megtörik, ha egyik közegből áthalad egy másikba

Szög a levegőben	Szög a vízben
10°	8°
20°	15,5°
30°	22,5°
40°	28°
50°	35°
60°	40,5°
70°	45°
80°	50°

26.1. táblázat

Valamely fizikai törvény megállapításának egyik fontos lépése tehát, hogy először a megfigyelt effektusra vonatkozóan méréseket végzünk és az eredményeket táblázatban rögzítjük. Ezután megpróbáljuk felfedni azt a *szabályt*, amelynek segítségével egyes mennyiségek a többivel kapcsolatba hozhatók. A fenti táblázatot i. e. 140-ben készítették, de 1621-ig senki nem találta meg a két szöget kapcsolatba hozó szabályt! Ekkor egy holland matematikus, Willebrord Snellius fedezte fel, és így hangzik: ha ϑ_b jelöli a levegőben mért szöget és ϑ_t a vízben mértet, akkor ϑ_b szinusza egyenlő ϑ_t szinuszával valamely állandósorosával, azaz

$$\sin \vartheta_b = n \sin \vartheta_t. \quad (26.2)$$

Vízre az n szám értéke közelítőleg 1,33. A (26.2) egyenletet *Snellius-törvénynek* nevezik. A törvény lehetővé teszi annak megjósolását, hogy a fény miképpen tör meg, ha levegőből vízbe jut. A Snellius-törvényből számolt, levegőre és vízre vonatkozó szögadatokat a 26.2. táblázat mutatja. Figyeljük meg a kitűnő egyezést Ptolemaiosz táblázatával!

Szög a levegőben	Szög a vízben
10°	7,5°
20°	15°
30°	22°
40°	29°
50°	35°
60°	40,5°
70°	45°
80°	48°

26.2. táblázat

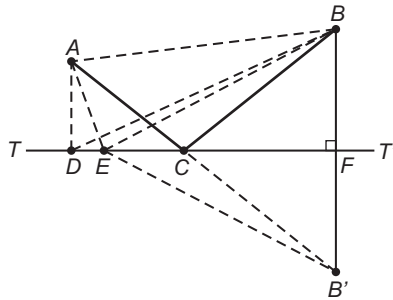
26.3. A legrövidebb idő Fermat-féle elve

A tudományos gondolat továbbfejlesztéséhez egy egyszerű formulánál mégiscsak többre van szükség. A jelenségeket először megfigyeljük, majd mérések segítségével adatokat nyerünk, s végül olyan törvényt kapunk, amely ezeket az adatokat sommázva, összefüggéseikben mutatja meg. A tudomány igazi dicsősége azonban abban áll, hogy képes kijelölni a gondolkodásnak azt az útját, amely a törvényt *nyilvánvalóvá* teszi.

Az első olyan alapelvet, amely nyilvánvalóvá tette a fény viselkedésének törvényét, Fermat fedezte fel 1650 körül. A *legrövidebb idő elvének*, ill.

a *Fermat-elvnek* az alap gondolata a következő: két pont között az összes lehetséges út közül a fény azt az utat választja, amelynek megtételéhez a *legrövidebb időtartam* szükséges.

Mutassuk meg először, hogy ez érvényes a tükör esetében, vagyis ez az egyszerű alapelv tartalmazza mind a fény egyenes vonalú terjedésének törvényét, mind a tükörrre vonatkozó törvényt. Így, lépésről lépésre mind többet értünk meg! Keressünk megoldást a következő problémára. A 26.3. ábrán két pont, A és B , valamint egy T és T' betűkkel jelzett síktükör látható. Kérdés: Milyen úton lehet a legrövidebb idő alatt A -ból B -be jutni? Válasz: A -ból egyenesen B -be kell menni! De ha további követelményként a fénynek a tükörbe ütközve és onnan visszatérülve kell a legrövidebb idő alatt a B pontba érnie, a válasz már nem is olyan könnyű. Az egyik válasz az lenne, hogy a fény a tükröt a lehető legrövidebb idő alatt éri el s utána B -be jut, vagyis az ADB úton halad. Természetesen ekkor a DB út hosszú. Ha most elmozdulunk kissé jobbra, az E pontig, ezáltal kissé megnöveljük ugyan az első távolságot, de nagymértékben *csökkentjük* a másikat, és így a teljes úthossz, ill. a megtételhez szükséges időtartam kisebb lesz. Hogyan keressük meg azt a C pontot, amelyre nézve a terjedési időtartam a legrövidebb? Ezt igen szellemesen, egy geometriai trükkel kaphatjuk meg.



26.3. ábra. A legrövidebb idő elvének bemutatása

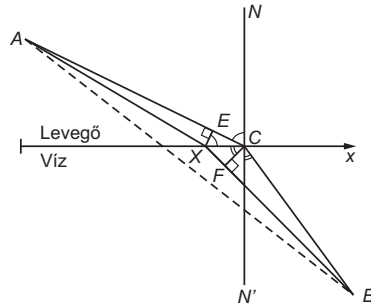
A TT' tükör túloldalán, ugyanolyan távolságra a TT' sík alatt, mint amilyen távolságra van a B pont a sík fölött, megszerkesztünk egy látszólagos B' pontot. Ezután megrajzoljuk az EB' egyenest. Mármost, mivel BFT derékszög és BF egyenlő $F B'$ -vel, EB egyenlő EB' -vel. Ezért az AE és EB távolságok összege, amely arányos a megtételéhez szükséges idővel (ha a fény állandó sebességgel terjed), egyenlő az AE és EB' távolságok összegével. A feladat tehát módosult: azt kell meghatároznunk, hogy mikor lesz ezen két távolság összege a legkisebb. A válasz könnyű: Akkor, amikor a C pont az A és B' pontokat összekötő *egyenesen* lesz rajta! Más

szóval, a látszólagos B' pont felé haladva kell megtalálnunk azt a pontot, mely éppen a helyes megoldást adja. Ugyanis ha ACB' egy egyenes, akkor a BCT szög egyenlő a $B'CT$ szöggel, ill. az ACT -vel. Tehát az az állítás, hogy a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel, egyenértékű azzal az állítással, hogy a fény úgy halad a tükör felé, hogy onnan a B pontot a *lehető legrövidebb idő alatt* érje el. Annak idején már Alexandriai Hérón kimondta, hogy a fény a tükörre, s onnan a másik pontba úgy jut el, hogy a lehető legrövidebb *távolságot* futja be, vagyis az elmélet nem újdonság. De éppen ez vezette Fermat-t arra a gondolatra, hogy talán a fénytörés jelensége is hasonló alapon játszódik le. Fénytöréskor azonban a fény nyilvánvalóan nem a legrövidebb *utat* futja be, ezért próbálkozott Fermat azzal a magyarázattal, hogy a fény a *legrövidebb időt* igénylő úton halad.

Mielőtt rátérnénk a fénytörés tárgyalására, még valamit meg kell jegyeznünk a síktükörről. Ha a B pontba fényforrást helyezünk, amely fényt bocsát a tükör felé, azt tapasztaljuk, hogy a B pontból az A -ba pontosan ugyanolyan módon érkezik a fény, mintha a B' pontban lenne a fényforrás, s a tükör ott sem lenne. Szemünk persze csak azt a fényt észleli, amely ténylegesen beléhatol; tehát ha a B pontbeli fényforrás fényét egy síktükör pontosan úgy veri vissza, mintha a fény a B' pontbeli fényforrásból érkezne, akkor a „szem–agy rendszer” – amennyiben nem ismeri a tényleges helyzetet – úgy fogja fel a jelenséget, mintha a fényforrás valóban a B' -ben volna. Tehát az az illúzió, hogy a fényforrás a tükör mögött van, csupán annak következménye, hogy a tükrözött fény fizikailag pontosan ugyanolyan módon hatol a szemünkbe, mintha a fényforrás ténylegesen a tükör mögött volna (kivéve, ha poros a tükör, vagy ha tudunk a tükör létezéséről stb., vagyis ha olyan információkkal rendelkezünk, melyek gondolkodásunkat befolyásolják).

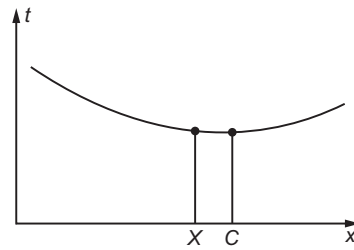
Most pedig mutassuk meg, hogy a fénytörés Snellius-törvénye a legrövidebb idő elvéből következik. Ehhez feltevással kell élnünk: Mekkora sebességgel terjed a fény a vízben? Tételezzük fel, hogy a fény sebessége vízben adott n szorzótényezővel kisebb, mint levegőben.

A 26.4. ábrán az előbbihez hasonló feladatot látunk: A -ból a *legrövidebb idő alatt* kell eljutni B -be. Hogy egyenes vonalon haladni nem a legjobb megoldás, azt egy példán szemléltetjük. Képzeljük el, hogy a vízben egy szép leány csónakázik, ám a B pontban kipottyan a csónakból és segítségért kiált. Az X -szel jelölt vonal a part. Mi a szárazföldön, A ponton állunk, észrevettük a balesetet, és futni is, úszni is tudunk. Futni azonban gyorsabban tudunk, mint úszni. Mit tegyünk? Egyenes vonalban fussunk



26.4. ábra. A Fermat-elv illusztrálása fénytörés esetén

ki a partra? (Kézenfekvő!) De kissé átgondolva a dolgot rájövünk, hogy a vízben kisebb távolságot kellene megtennünk, ha a parton kissé nagyobb távolságot tennénk meg – ez előnyösebb, mivel a vízben sokkal lassabban haladunk. (Ezt a gondolatmenetet követve a leghelyesebb lenne nagyon gondosan *kiszámítani*, mit is kell tennünk!) Mindenesetre azért megpróbáljuk megmutatni, hogy a feladat végső megoldása az ACB út, és az összes lehetséges út közül ennek megtételéhez kell a legrövidebb idő. Ha ugyanis ez a „leggyorsabb” út, az nyilván azt jelenti, hogy ha bármely más utat tekintünk, annak megtétele hosszabb ideig tartana. Tehát ha grafikusán ábrázolnánk az X pontig terjedő útszakasz megtételéhez szükséges időket az X pont helyzetének függvényében, akkor a 26.5. ábrán láthatóhoz hasonló görbét kapnánk, ahol a C pont a lehető legrövidebb időnek felel meg. Ez azt jelenti, hogy ha az X pont a C környezetében mozog, első



26.5. ábra. A minimális terjedési idő a C pontnak felel meg, de a szomszédos pontok csaknem ugyanannak a terjedési időnek felelnek meg

közelítésben *nincs változás* az időben, mivel a görbe alján a meredekség zérus. A törvényt tehát úgy találjuk meg, ha megköveteljük, hogy az X pont helyzetének nagyon kis mértékű változása a futási időben lényegében semmilyen változást se okozzon. (Persze végtelen kicsiny, *másodrendű* változások mégis fellépnek, ezeknek a C -től számított mindkét irányú

elmozdulás esetén pozitívnak kell lenniük.) Tekintsünk tehát egy C -hez közeli X pontot, majd számítsuk ki az új út, AXB megtételéhez szükséges időt és hasonlítsuk össze azt a régi út, ACB megtételéhez szükséges idővel. Mindez igen egyszerűen végre is hajtható. Azt szeretnénk elérni, hogy ha az XC távolság kicsi, akkor a különbség közel zérus legyen. Tekintsük először a szárazföldön megtett utat. Megrajzolva az XE merőleget, láthatjuk, hogy az új út EC távolsággal rövidebb. Azt mondhatjuk, hogy ezáltal többlettutat takarítottunk meg. Másrésztől azonban, megrajzolva a megfelelő CF merőleget, azt látjuk, hogy a vízben az XF többlettávolság jelentkezik, ami viszont veszteséget jelent. Vagy ami az *időt* illeti, nyerünk ugyan az EC távolság elhagyásával, de veszítünk is, mert az XF távolságot is meg kell tennünk. Ezen két időtartamnak egyenlőnek kell lennie, mivel első közelítésben a teljes idő nem változik. Feltételezve, hogy vízben a sebesség n -szer kisebb, mint levegőben, az

$$EC = nXF \quad (26.3)$$

eredményt kell kapnunk. Ha a helyes pontot választottuk ki, $XC \sin EXC = nXC \sin XCF$, továbbá egyszerűsítve a közös XC átfogó hosszával és észrevéve, hogy

$$EXC \triangleleft = ECN \triangleleft = \vartheta_b,$$

$$\text{és} \quad XCF \triangleleft \approx BCN' \triangleleft = \vartheta_t \quad (\text{ha } X \text{ kevésbé tér el } C\text{-től}),$$

azt kapjuk, hogy

$$\sin \vartheta_b = n \sin \vartheta_t. \quad (26.4)$$

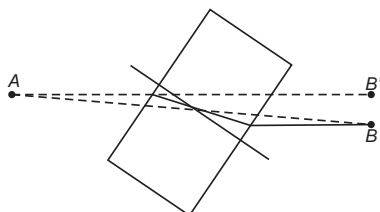
Tehát ahhoz, hogy egy közeg adott pontjából egy másik közegben levő pontba a lehető legrövidebb idő alatt érjen, a fénynek olyan szög alatt kell a közegek határára esnie (ha a sebességek aránya n), hogy a ϑ_b és a ϑ_t szögek szinuszának aránya megegyezzen a két közegben mért sebességek arányával.

26.4. A Fermat-elv alkalmazásai

Tekintsük most a legrövidebb idő elvének néhány érdekes következményét. Az első a megfordíthatóság (reciprocitás) elve. Az A pontból B -be vivő, legrövidebb idő alatt megtehető utat már megtaláltuk, de haladjon most a fény az ellenkező irányba. A legrövidebb időnek (feltételezve, hogy a fény bármely irányban ugyanazon sebességgel terjed) ez esetben is ugyanaz az út felel meg, ezért ha bizonyos irányba fényt bocsátunk valamely úton, ellenkező irányban is ugyanazon az úton fog haladni.

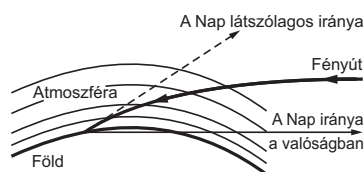
Érdekes példa a bizonyos szög alatt a fénysugár útjába helyezett plánpáralel üveghasáb. Az A pontból a B pontba a hasábon keresztülhalal-

dó fény (26.6. ábra) nem egyenes vonalban terjed, hanem a hasábon belül csökkenti pályájának hajlásszögét és ezzel lerövidíti az áthaladáshoz szükséges időt, bár ugyanakkor a levegőben kis időt veszít. A fénysugár egyszerűen önmagával párhuzamosan eltolódik, ugyanis a hasábba való belépésének és kilépésének szöge azonos.



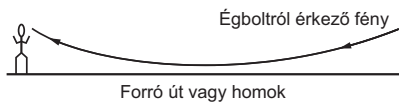
26.6. ábra. Ha a fénysugár átlátszó hasábon halad át, a beeső sugárhoz képest párhuzamosan eltolódik

A harmadik érdekes jelenség: miközben a naplementét megfigyeljük, a Nap már a látóhatár alatt jár! Nem úgy *látszik*, mintha a horizont alatt volna, de a valóságban mégis ott van (26.7. ábra). A Föld légköre felül ritka, alul sűrű. A fény a levegőben lassabban terjed, mint légüres térben, ezért a napsugarak egy horizont alatti pontot gyorsabban érnek el, ha a sűrű rétegeket, ahol a fény lassabban terjed, elkerülik és nem pontosan egyenes vonalú, hanem meredekebb hajlású pályán haladnak. Amikor tehát a Nap éppen lenyugodni látszik, valójában már régen jóval a horizont alá került. E jelenségnek ugyancsak jó példája az a káprázat, amellyel gyakran találkozunk a naptól felforrósodott országúton a gépkocsivezető. „Vizet” lát maga előtt, de mire odaér, az út száraz, akár a sivatag! A jelenség magyarázata: amit ilyenkor lát, az valójában az égboltnak az útról „visszavert” fénye; az égboltozatról az útra eső fénysugár – mint a 26.8. ábra mutatja – a szemünkbe juthat. Hogyan? A levegő közvetlenül az út fölött nagyon forró, a magasabb rétegekben azonban hidegebb. A meleg levegő jobban kitágul, ritkább, mint a hideg, benne a fénysebesség kevésbé csökken. Más szóval, a fény gyorsabban terjed a forró rétegben,



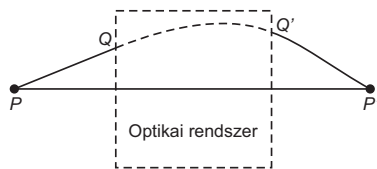
26.7. ábra. A látóhatár közelében a Nap látszólagos iránya nagyjából $1/2$ fokkal magasabbban van, mint a Nap valóságos iránya

mint a hidegben. A fénysugár ahelyett, hogy egyenes vonalban terjedne, a legrövidebb idő elvének megfelelően – hogy időt takarítson meg – bizonyos ideig olyan rétegben halad, ahol nagyobb a sebessége. S így görbül el pályája.



26.8. ábra. „Délbáb”-szerű káprázat

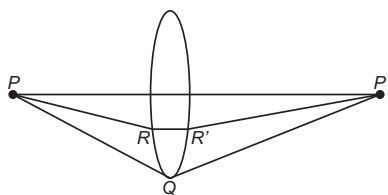
Szintén a legrövidebb idő elvét szemlélteti következő példánk: Tegyük fel, olyan körülményeket szeretnénk létrehozni, hogy egy adott P pontból kibocsátott összes fénysugár egy másik, P' pontban fusson össze (26.9. ábra). Ez természetesen azt jelenti, hogy a fény a P pontból egyenes vonalban eljuthat P' -be. Ez rendjén is van. Hogyan érhetjük el azonban azt, hogy ne csak az egyenesen P' felé tartó, hanem a P -ból Q felé induló fénysugár is P' -be jusson? Az összes fényt újra össze szeretnénk gyűjteni egy ún. *fókuszpontba*. Hogyan? Ha a fény mindig a legrövidebb időnek megfelelő utat választja, akkor bizonyára nem „akar” más számba jöhető úton haladni. Az egyetlen mód arra, hogy a fény számára több szomszédos pályát is „elfogadhatóvá” tegyünk, az, ha a rájuk vonatkozó haladási idők pontosan egyenlők egymással! Ellenkező esetben a fény a legrövidebb időnek megfelelő utat választja. Fókuszáló rendszerek készítésének tehát csak egy feltétele van: olyan eszközt kell előállítanunk, amelyben biztosítva van, hogy a fény az összes különböző utat ugyanazon idő alatt teszi meg!



26.9. ábra. Optikai „fekete doboz”

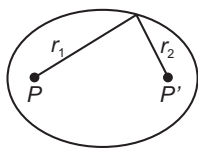
Ilyen eszközt könnyű készíteni. Vegyünk csak elő egy üvegdarabot, amelyben a fény lassabban terjed, mint a levegőben (26.10. ábra). Tekintsünk most egy olyan sugarat, amely a PQP' úton halad a levegőben. Ez hosszabb, mint a P -ból a P' -be vivő közvetlen út, és nem vitás, hogy megtételéhez több idő is szükséges. Ha azonban éppen megfelelő vastagságú üvegdarabot (később majd kiszámítjuk, milyen vastagot) helyeznénk a fény útjába, akkor az pontosan kompenzálná azt az időtöbbletet, ami a

PP' egyeneshez képest valamilyen szög alatt haladó fény számára lenne szükséges! Így olyan helyzetet teremthetünk, hogy a fény egyenes vonalú áthaladásához szükséges idő ugyanakkora lesz, mint a PQP' úthoz szükséges idő. Hasonló módon, ha a kevésbé eltérített $PRR'P'$ sugarat tekintjük, amely rövidebb, mint a PQP' , nem kell oly sok időt kompenzálnunk, mint az előbbi esetben, de azért valamennyit mégiscsak kell. Végeredményképpen a 26.10. ábrán látható üvegalakot kapjuk. Ilyen alakú üvegen keresztül a P pontból jövő összes fénysugár P' -be jut. Ez az eszköz már régóta ismeretes, *gyűjtőlencse* a neve. A következő fejezetben ki is számoljuk majd, milyen alakú az ideális fókuszáló tulajdonságú lencse.



26.10. ábra. Fókuszáló optikai rendszer

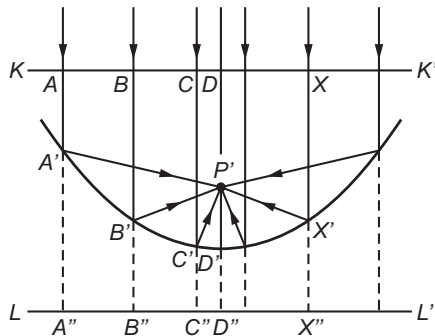
Végül még egy példa: Tegyük fel, hogy néhány tükröt oly módon akarunk elhelyezni, hogy P -ből a fény mindig P' -be jusson (26.11. ábra). Bármely úton, mindig valamelyik tükrö felé halad a fény, onnan visszaverődik, és az összes ilyen út megtételéhez szükséges időknak egyenlőeknek kell lenniük. A fény itt csak levegőben halad, tehát az idő arányos a megtett úttal. Ezért az az állítás, miszerint az összes idők azonosak, ugyanaz, mintha azt állítanánk, hogy az összes út teljes hossza azonos. Tehát az r_1 és az r_2 távolság összege állandó kell hogy legyen. *Ellipszis* az a görbe, amely rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy minden pontjára vonatkozóan két adott ponttól mért távolságának összege állandó; tehát biztosak lehetünk afelől, hogy a fény ilyen alakú tükörről visszaverődve az egyik gyűjtőpontból a másikba jut.



26.11. ábra. Elliptikus tükör

Ugyanezt az elvet alkalmazzák a csillagokról jövő fény összegyűjtésére is. A nagy, 200 hüvelykes (1 hüvelyk $\approx 2,54$ cm) Palomar-hegyi teleszkópot a következő elv szerint építették. Képzeljünk el több milliárd

kilométerre tőlünk egy csillagot; a csillagról teleszkópunkba jutó összes fényt a fókuszba szeretnénk összegyűjteni. Természetesen a fénysugarak útját a csillagig nem tudjuk nyomon követni, de mégis ellenőrizni szeretnénk, vajon a terjedési idők egyenlőek-e. Tudjuk, hogy amikor a sugarak valamilyen, a sugárzás irányára merőleges KK' síkhoz érnek, akkor az összes terjedési idők ezen síknál egyenlőek (26.12. ábra). A sugaraknak a tükrörről visszaverődve egyenlő idő alatt kell a P' pontba érniük. Ez azt jelenti, hogy olyan tulajdonsággal rendelkező görbét kell találnunk, amelyre – függetlenül az X pont választásától – az $XX' + X'P'$ távolságösszeg állandó. Ezt könnyen megtalálhatjuk, ha az XX' egyeneseket az LL' síkig meghosszabbítjuk. Ugyanis ha görbénket úgy szerkesztjük meg, hogy teljesüljenek az $A'A'' = A'P'$, $B'B'' = B'P'$, $C'C'' = C'P'$ stb. összefüggések, a kívánt görbét kapjuk, mivel ekkor a görbe minden pontjára nézve az $AA' + A'P' = AA' + A'A''$ távolság nyilvánvalóan állandó. Görbénk tehát mindazon pontok mértani helye, melyek egy egyenestől és egy ponttól egyenlő távolságra vannak. Az ilyen görbét *parabolának* nevezzük – a palomari teleszkóptükröt parabola alakúra készítették.



26.12. ábra. Parabolatükr

A fenti példák illusztrálják az elvet, amelynek alapján optikai eszközök tervezhetők. Tökéletes fókuszáláshoz a görbéket kiszámíthatjuk azon alapelv felhasználásával, hogy a fókuszpontba tartó valamennyi fénysugár terjedési idejének pontosan egyenlőnek, és egyúttal bármely más szomszédos útra vonatkozó időnél rövidebbnek kell lennie. A következő fejezetben még visszatérünk a fókuszáló optikai eszközökhöz, most hadd tárgyaljuk tovább az elmélet fejlődését. Mikor valaki új alapelvet dolgoz ki, mint például a legrövidebb idő elvét, először is hajlamosak vagyunk az ellenvetésekre: „Jó, mindez nagyon szép, sőt öröndetes, de vajon hozzásegít-e általában a fizika megértéséhez?” Mire a válasz: „Igen. Nézzék, hány dolog meg tudunk most már magyarázni!” Másvalaki viszont azt mondhatja:

„Nagyon jó, de én a tükröket nélkül is megértem! Nekem olyan görbére van szükségem, melynek minden érintő síkja egyenlő szöget zár be a két fénysugárral. Egy lencsét is ki tudok számítani nélkül, mivel felületén minden ráeső sugár a Snellius-törvényből adódó szögnek megfelelően törik meg.” Nyilvánvalóan a legrövidebb idő elvének tartalma és a tükrözés szögegyenlőségi törvénye, valamint fénytöréskor a szögek szinuszainak arányossága egy és ugyanazt a dolgot fejezik ki. Talán akkor mindez csupán filozófiai vagy esztétikai kérdés? Mindkét álláspont védelmében fel lehet hozni érveket.

Tény azonban, hogy egy elv fontosságának kritériuma az, hogy lehet-e segítségével *új dolgokra következtetni*.

Könnyű megmutatni, hogy a Fermat-elv egész sor új dolgot jósolt meg. Először induljunk ki abból, hogy *három* közegre – üvegre, vízre és levegőre – fénytörési kísérletet végzünk, melynek során mérjük az egyik közegnek a másikra vonatkozó n törésmutatóját. Jelöljük n_{12} -vel a levegő (1) vízre (2), és n_{13} -mal a levegő (1) üvegre (3) vonatkozó törésmutatóját. Ha a víz–üveg rendszer törését vizsgáljuk, akkor egy másik, n_{23} -mal jelölt törésmutatót kell kapnunk. Semmilyen a priori okunk sincs feltételezni, hogy miért kellene az n_{12} , n_{13} és n_{23} törésmutatók között bármilyen kapcsolatnak is lennie. A legrövidebb idő elvének megfelelően azonban van egy ilyen határozott kapcsolat. Az n_{12} törésmutató ugyanis két mennyiségnek, a levegőben és a vízben mért fénysebességnek az aránya; ugyanígy n_{13} a levegőben és üvegben, n_{23} pedig a vízben és üvegben mért fénysebesség aránya. A levegőbeli fénysebesség értékével egyszerűsítve azt kapjuk, hogy

$$n_{23} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1/v_3}{v_1/v_2} = \frac{n_{13}}{n_{12}}. \quad (26.5)$$

Más szóval, *előre meg tudjuk mondani*, hogy valamely új közegpárra vonatkozó törésmutatót az illető közegnek akár a levegőre, akár a légüres térre vonatkozó törésmutatóiból ki lehet számítani. Tehát ha az összes közegben mérjük a fénysebességet, és ebből minden egyes közegre egy számot kapunk, az n_i -vel jelölt, légüres térre vonatkozó törésmutatót (pl. n_1 a légüres térben mért sebesség a levegőben mért sebesség arányában stb.), akkor képletünk állítása igen egyszerű. Bármely két, i és j anyagra vonatkozóan a törésmutató:

$$n_{ij} = \frac{v_i}{v_j} = \frac{n_j}{n_i}. \quad (26.6)$$