

Simonovits András

# Közgazdaságtani modellek

(nem csak középiskolásoknak)



Simonovits András

# Közgazdaságtani modellek

(nem csak középiskolásoknak)

A könyv a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.



© Simonovits András, Typotex, Budapest, 2020  
Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

ISBN 978 963 493 121 8

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!  
Újabb kiadványainkról és akcióinkról a [www.typotex.hu](http://www.typotex.hu)  
és a [facebook.com/typotexkiado](https://facebook.com/typotexkiado) oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó

Alapította Votisky Zsuzsa, 1989

A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók  
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Németh Kinga

Főszerkesztő: Horváth Balázs

A kötetet gondozta: Erő Zsuzsa

A borítót készítette: Szalay Éva

Készült a Kódex Könyvgyártó Kft. nyomdájában

Felelős vezető: Marosi Attila

# Tartalom

<b>Előszó</b>	<b>iii</b>
Jelölések	vi
<b>1. Bevezetés</b>	<b>1</b>
1.1. Miért fontosak a közgazdaságtani modellek?	1
1.2. A legfontosabb gondolatok	3
<b>2. Egyszerű lineáris dinamika</b>	<b>11</b>
2.1. Elsőrendű lineáris differenciaegyenletek	11
2.2. A klasszikus növekedési modell	15
2.3. A piaci árigazodás modelljei	19
2.4. Az államadósság dinamikája	23
<b>3. Játékelméleti bevezető és elemi optimalizálás</b>	<b>27</b>
3.1. Racionális játékok	27
3.2. Játékelméleti rendellenességek	33
3.3. Optimalizálás elemi módszerrel	36
<b>4. Bonyolultabb lineáris dinamika</b>	<b>43</b>
4.1. Másodrendű lineáris differenciaegyenletek: pozitív diszkrimináns	43
4.2. Nempozitív diszkrimináns	47
4.3. Többváltozós dinamika	52
4.4. Beruházási ciklusok	55
<b>5. Fogyasztói döntések és hasznosságmaximum</b>	<b>59</b>
5.1. Egy egyszerű keresleti függvény	59

5.2.	Két termék közti választás	61
5.3.	Jelen és jövő idejű fogyasztás: két időszak	65
5.4.	Három időszak, halasztás*	70
<b>6.</b>	<b>Vállalati döntések</b>	<b>73</b>
6.1.	Kínálati függvények	73
6.2.	Termelés	74
6.3.	Költségfüggvény	78
6.4.	Profit	81
<b>7.</b>	<b>Stabilitás, ciklus és káosz*</b>	<b>87</b>
7.1.	Nemlineáris dinamikus rendszerek	87
7.2.	A kaotikus viselkedés matematikája	96
7.3.	Határciklus és kaotikus beruházási ingadozások	97
<b>8.</b>	<b>Jövedelemeloszlás, adómorál, adóztatás</b>	<b>101</b>
8.1.	Jövedelemeloszlás egyenlőtlenségei	101
8.2.	Adócsalás egyéni optimalizálás nélkül	103
8.3.	Optimális adócsalás	106
<b>9.</b>	<b>Népeségdinamikai modellek</b>	<b>109</b>
9.1.	Születés és halálozás	110
9.2.	Gyermekek, szülők, nagyszülők	111
9.3.	Fiatal és idős szülők	116
9.4.	Egy évjárató modell	118
<b>10.</b>	<b>Elemi tb-nyugdíjmodellek</b>	<b>121</b>
10.1.	A tb-nyugdíjrendszer makroökonómiája	122
10.2.	A tb-nyugdíjrendszer mikroökonómiája	125
<b>11.</b>	<b>Önkéntes nyugdíjrendszerek</b>	<b>131</b>
11.1.	Előrelátó dolgozók támogatott megtakarítása (nincs tb-nyugdíj)	132
11.2.	Passzív rövidlátó dolgozók (van tb-nyugdíj)	134
11.3.	Aktív rövidlátó dolgozók	136
<b>12.</b>	<b>Nyugdíjindexálás</b>	<b>141</b>
12.1.	Áttekintés	141
12.2.	Bérindexált nyugdíjak	143

12.3. Árindexált nyugdíjak	146
12.4. Kombinált indexálás	152
<b>13. A jelzáloghitel elemi modelljei</b>	<b>155</b>
13.1. Hagyományos jelzáloghitel	156
13.2. Kettősen indexált hitel	159
13.3. Devizaalapú hitel	161
13.4. Időben változó kamatlábak	165
<b>14. Egy általános egyensúlyelméleti modell</b>	<b>167</b>
14.1. Általános egyensúly	167
14.2. Kivételek	174
<b>15. Együtt élő nemzedékek modellje</b>	<b>179</b>
15.1. Dinamika racionális várakozások esetén	179
15.2. Dinamika naiv várakozás esetén	182
<b>16. Valószínűségszámítási bevezetés</b>	<b>185</b>
16.1. Elemek	185
16.2. Várható érték és szórás	188
16.3. A nagy számok törvényei	194
<b>17. A biztosítás és a szerencsejátékok alapmodelljei</b>	<b>197</b>
17.1. Klasszikus biztosítási modell	197
17.2. Morális kockázat a biztosításban	201
17.3. Kontraszelekció a biztosításban	202
17.4. Szerencsejátékok	206
<b>18. Regressziószámítás és korreláció*</b>	<b>211</b>
18.1. A módszer	211
18.2. Hibás alkalmazások	218
<b>19. A regressziószámítás közgazdasági alkalmazásai*</b>	<b>221</b>
19.1. Az árszint és a fejlettség kapcsolata	221
19.2. A nyugdíjba vonulási kor és a szolgálati idő kapcsolata	224

<b>20. Járvány és válság</b>	<b>227</b>
20.1. Egy járványmodell	227
20.2. Járványok és gazdasági válságok	232
<b>21. Utószó helyett</b>	<b>237</b>
21.1. Kritika	238
21.2. Ami a könyvből kimaradt	240
21.3. Emlékek	241
<b>22. Feladatmegoldások</b>	<b>249</b>
<b>23. Fogalomtár [első előfordulás]</b>	<b>263</b>
<b>Hivatkozások</b>	<b>275</b>



# Előszó

Ebben a könyvben a közgazdaságtani modellek világába vezetem be a matematikában jártas középiskolásokat, tanáraikat és más érdeklődőket. Tömör könyvem nem tömeges oktatást szolgál. Viszont haszonnal forgathatják azok az olvasók, akik túl akarnak lépni a közgazdasági közhelyeken (például: „addig nyújtózkodjál, ameddig a takaród ér”), és igényes középiskolai szinten képesek követni és alkalmazni a matematikai gondolkodásmódot. Hajlandók képleteket böngészni, és levezetéseket megérteni.

A 19. században a közgazdaságtan zöme nélkülözötte a (matematikai) modelleket, azóta viszont egyre növekszik a szerepük. Ez a folyamat egyrészt szabatosabbá és számszerűsíthetővé teszi a közgazdaságtant, másrészt öncélú matematikai ujjgyakorlattá silányíthatja azt. Remélem, az előadandó modellek valóban segítenek a valóság jobb megértésében és a matematika viszonylag új alkalmazásainak elsajátításában.

Nem követtem a hagyományos közgazdasági tankönyveket, amelyek eleve mikro- és makrorészre különülnek el. (Ettől függetlenül érdemes elolvasni egy jó közgazdasági bevezetést, pl. Horváth Áron ajánlotta a figyelmembe a *The Core Teams: The Economy* c. könyvét, amely a világhálóról is letölthető.) A mikróban az egyéni fogyasztói és termelői választás után eljutnak a piaci egyensúlyhoz; a makróban pedig a növekedés és az infláció után az egyéb problémákhoz. A témák kiválasztásakor legfontosabb szempontom az volt, hogy lehetőleg középiskolás szinten érthető, ugyanakkor érdekes és fontos modelleket mutassak be. Az utolsó pillanatban még egy járványmodellt is sikerült becsempésznem a könyvbe.

A bemutatott modellek egy részét a KöMaLban (Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok) már publikáltam. Ezek és más modellek bonyolultabb változatban előfordultak társszerzőkkel írott cikkeimben. Ehelyütt mondok köszönetet társszerzőimnek ábécé sorrendben: Czeglédi Tibornak, Eső Péternek, Garay Barnabásnak, Király Baláznak, Király Júliának, Molnár Györgynek, Szabó Endrének, Tir Melindának és Tóth Jánosnak. Méréő László könyvét (1996) szabadon hasz-

náltam a játékelméleti bevezetőben, és Eső Péter is segített kigyomlálni néhány bántó pongyolaságot.

Hálával tartozom Halpern Lászlónak, Katona Tamásnak, Király Júliának, Oblath Gábornak és Rézmovits Ádámnak egy-egy adatsorért, Ferenczi Miklósnak a valószínűségszámítási, Fleischer Tamásnak a közjavakról szóló gondolataiért, Kőrösi Gábornak és Vincze Jánosnak a statisztikai rész konstruktív bírálatáért, Polónyi Jánosnak a járványügyi részhez fűzött tanácsaiért, Réti Jánosnak a nyugdíjrések kommentálásáért. Különleges köszönet illeti Horváth Dianát, Juhász Pétert, Király Júliát, Langer Tamást, Patkós Annát, Rácz Andrást, Simonovits Miklóst, Szabó Juditot és Széphelyi Attilát, akik a könyv egy-egy korábbi változatát részletesen átnézték. Sokat tanultam Tóth Attilától (Fazekas Mihály Gyakorló Iskola 11. évfolyamos diákja), akivel hónapokon át hetente 1–1 órában ábeszélünk az anyagot. Köllő János győzött meg arról, hogy az ábrák ebben a könyvben is nélkülözhetetlenek; kivitelezésük Fried Katalint és Juhász Lehelt dicséri. A gépirat véglegesítéséért Erő Zsuzsának tartozom hálával. Hálás vagyok Drága Balásznak, Hámori Veronikának, Pataki Jánosnak (középiskolai tanároknak) és Lovics Gábornak, valamint Somlai Péternek, akik figyelmeztettek arra, hogy könyvemben milyen nehézségekkel találja szembe magát egy közgazdaságban járatlan önálló olvasó: például mi egy absztrakt dinamikus rendszer, mi az árszabályozás? Külön nehézséget jelenthet a szöveg tömörsége. Sajnos, csak részben sikerült eleget tennem kritikai észrevételeiknek. A megmaradó hibákért kizárólag a szerzőt terheli a felelősség.

Számos hazai és külföldi egyetemen tanítottam diákokat és tanultam diákjaimtól. Köszönet illeti a jelenlegi Budapesti Corvinus Egyetemet, a Rajk László Szakkollégiumot, a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemet és a Közép-Európai Egyetemet (CEU-t) a tanítási és tanulási lehetőségekért. Egyes fejezetek írását a NKFI 108668. és a 129078. pályázat támogatta.

A könyv számos példát és feladatot tartalmaz, ez utóbbiak megoldása a könyv végén található. Azt tanácsolom az Olvasónak, hogy először próbálja meg a feladatokat saját maga megoldani, és csak kellő mennyiségű próbálkozás után forduljon a feladatmegoldásokhoz. Néhány feladat megoldásához számítógépes programra van szükség, ezek megírását nyomatékosan javaslom. A 18. és 19. fejezet statisztikai feladatainak megoldásához ingyen szoftverek is rendelkezésre állnak. A nehezebb fogalmakat a könyv végén fogalomtárban foglalom össze.

Mivel tankönyvről van szó, fölöslegesnek tartottam részletes hivatkozásjegyzékkel terhelni az Olvasót. Csak néhány esetben tüntettem föl a forrást, például a társszerzős vagy a KöMaLban megjelent cikkeimet. De nem fukarkodtam a modellek kapcsán nevekkal és az évszámokkal, ezek alapján az Olvasó a világhálón tovább érdeklődhet, s láthatja a fejlődés kanyargós útját.

Saját középiskolai élményeim alapján meg vagyok győződve arról, hogy a könyvet – részben vagy egészen – érdemes lenne középiskolás matematikai szakörökön feldolgozni. Bár az itt előadott témák gyakran nélkülözik a tiszta matematika eleganciáját, elősegíthetik az alkalmazott matematika újabb lehetőségeinek megismerését. De a közeljövőben legfeljebb egy-két ilyen szakkörrel számolhatok (2019 szeptemberében a Fazekasban elindult az első szakkör), ezért az olvasók jelentős része nem mondhat le a könyv tartalmának önálló elsajátításáról. Két megjegyzést tennék a matematika fizikai és közgazdasági alkalmazásának középiskolás fokon adódó különbségéről: 1. mindenki tanul fizikát, nagyon kevesen tanulnak közgazdaságtant (ez utóbbi egyébként kiküszöbölendő hiba); 2. bizonyos fizikai fogalmak (tehetetlenség, munka stb.) ellentmondanak a hétköznapi tapasztalatoknak, míg a zsebpénzét beosztó és pályát választó középiskolásnak nehéz közgazdasági feladatokat kell megoldania.

A tartalomjegyzékben \*-gal jelölt fejezetek vagy alfejezetek viszonylag nehezek, első olvasásra kihagyhatók.

Kiegészítésként megemlítem, hogy egyes témák vetítéses kidolgozása megtalálható a honlapomon: <https://kozgazmodellek.wordpress.com/>

Kedvcsináló: komal1, 3. fejezet: jatek1, 8. fejezet: moral, 9. fejezet: nep-sl, 10. fejezet: nyug-sl és csebisev, 11. fejezet: onkent, 12. fejezet: valind-szirak, 13. fejezet: jelzalog1, 14. fejezet: karrow.

Kérem az olvasókat, hogy megjegyzéseiket jutassák el a következő címre:

simonov@econ.core.hu

Köszönettel:

Simonovits András