MARTIN GARDNER

SZÓRAKOZTATÓ MATEMATIKAI FEJTÖRŐK

Fordította Kepes János

MARTIN GARDNER

SZÓRAKOZTATÓ MATEMATIKAI FEJTÖRŐK

TYPOTEX

A fordítás a következő kiadás alapján készült:
Entertaining Mathematical Puzzles
Dover, New York, 1986

ISBN 978 963 493 251 2

Kedves Olvasó!
Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!
Újabb kiadványainkról, akcióinkról a *www.typotex.hu*
és a *facebook.com/typotexkiado* oldalakon értesülhet.

Typotex Kiadó
Alapította Votisky Zsuzsa, 1989
A kiadó az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók
és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.
Felelős kiadó: Németh Kinga
Felelős szerkesztő: Széll Szilvia
Szakmailag ellenőrizte: Scharnitzky Péter
A rajzokat készítette: Hujter Bálintné Szűcs Júlia
Tördelés: Fodor Gábor
Borítóterv: Coverist Studio – Bakos Fanni, Faniszló Ádám
Készült a Multiszolg Bt. nyomdájában
Felelős vezető: Kajtor Bálint

Tartalom

Jimmynek

Bevezetés

Miközben ehhez a gyűjteményhez válogattam az anyagot, igyekeztem olyan szokatlan és szórakoztató rejtvényeket keresni, amelyek csak egészen elemi szintű matematikai tudást igényelnek, ugyanakkor izgalmas módon bepillantást nyújtanak a matematikai gondolkodás magasabb szintjeibe is.

A feladványokat – jó részük az „On the Light Side” (A napfényes oldalon) című rovatomban jelent meg a *Science World* hasábjain – a matematika különböző területeivel foglalkozó részekre osztottam. Minden fejezet elején röviden összefoglalom, milyen jellegű matematikai ismeretek szükségesek a fejtörők megoldásához, és hogy mi a jelentőségük. A megoldásoknál a terjedelem szabta korlátok között igyekeztem részletesen elmagyarázni az egyes feladatok megfejtését és rámutatni olyan csábító irányokra, amelyek az adott problémától elkanyarodva a matematikai dzsungel egyéb buja tájai felé vezetnek.

Miközben ezekkel a fejtörőkkel bajlódunk, talán ráébredünk, hogy a matematika még izgalmasabb, mint gondoltuk volna. Esetleg ahhoz is kedvet kapunk, hogy még komolyabban elkezdjünk foglalkozni vele, vagy kevésbé fogunk habozni, hogy belevágjunk annak a tudományágnak a tanulmányozásába, amelyhez előbb-utóbb magasabb matematikai ismeretekre is szükség lesz.

Ma már bizonyára senki nem vonja kétségbe a matematika elképesztő gyakorlati jelentőségét. Eszközei nélkül aligha volna lehetséges a modern tudomány számos felfedezése és eredménye. Azt azonban nem sokan tudják, hogy a matematikusok valóban örömüket lelik a matematikában. Higgyék el, egy megfelelően irányított gondolattal megoldani egy érdekfeszítő problémát van akkora boldogság, mint a bowlingban tíz bábut egyszerre letarolni egy jól célzott gurítással.

L. Frank Baum egyik legmulatságosabb fantasztikus regényében, az *Óz Smaragdvárosá*ban Dorka (bácsikája, nénikéje és a Varázsló kíséretében) felkeresi Kelegócia városát a kvarangyok országában. Különleges lakói, a kelegótyák kirakójátékhoz hasonló, leleményesen összeillesztett festett fadarabokból készültek. Ha idegen közeledik, egy kupac különálló darabra szóródnak szét, hogy a látogatónak megadják az újbóli összerakás örömét. Miközben Dorka társasága elindul a városból, Emmi néni megjegyzi:

„– Szó, ami szó, fura egy népség! – ismerte el Emmi néni, távolodóban Kelegóciától. – Csak tudnám, mi hasznukat veszik!

– Órákig elszórakoztunk velük – felelte a Varázsló. – És kárunkra nem vált, annyi szent!

– Szerintem jobb játék volt, mint a pasziánsz vagy a célba dobás! – jegyezte meg józanul Henrik bácsi. – Én bizony örülök, hogy eljöttünk Kelegóciába!”*

* L. Frank Baum: *Óz Smaragdvárosa.* Móra Ferenc Könyvkiadó, Budapest, 1990, 71. Bende Rita fordítása.

Remélem, erősen ellenállunk a kísértésnek, hogy mielőtt alaposan elgondolkodnánk a feladaton, meglessük a megfejtést. És azt is remélem, hogy amikor a végére jutunk ezeknek a fejtörőknek, akárcsak Henrik bácsi, boldogok leszünk, amiért jól összezavartak bennünket.

Martin Gardner

SZÁMOLÓS FEJTÖRŐK

A számolásban használt számokat (1, 2, 3, 4…) *egész számoknak* nevezzük. A számtan (biztosan emlékszünk, Lewis Carroll Ál-Teknőce másztannak nevezte), azt vizsgálja, hogyan viselkednek az egész számok az úgynevezett négy alapművelet, az összeadás, kivonás, szorzás és osztás során. A számtanba tartozik a *hatványozás* művelete is (egy számot többször megszorozni önmagával), akárcsak a *gyökvonás* (megkeresni azt a számot, amelyik önmagával valahányszor megszorozva az adott számot adja).

Mondanom sem kell, képtelenség megtanulni az algebrát vagy a magasabb szintű matematika bármelyik ágát, ha nem tudunk számolni. Még aki sosem tanult algebrát, az is rájön, hogy a számtan szinte minden elképzelhető szakmához nélkülözhetetlen. A pincérnőnek össze kell adnia a számlán szereplő tételeket, a földművesnek ki kell számolnia a terméshozamot. Még a cipőpucolónak is jól kell visszaadnia az aprót, márpedig az apró visszaadása tiszta számtan. Épp olyan fontos a hétköznapi életben, mint hogy be tudjuk kötni a cipőfűzőt.

Ebben (és a következő két) részben a fejtörők megoldásához semmi másra nincs szükség, mint az egyszerű számolás képességére, és hogy világosan értsük, mit csinálunk.

Színes zoknik

Tíz piros zokni és tíz kék zokni összekeveredett a fiókban. A színüktől eltekintve mind a húsz zokni tökéletesen egyforma. A szobában koromsötét van, nekünk azonban két összeillő zoknira lenne szükségünk. Legalább hány zoknit kell kivennünk a fiókból, hogy biztosan legyen köztük egy összeillő pár?

MEGOLDÁS Megoldás közben sokan így gondolkodnak: „Tegyük fel, hogy elsőre piros zoknit húztam ki. Kellene egy hozzáillő piros pár, de lehetséges, hogy a következő meg az azután következő meg az azután következő is kék lesz, egészen addig, amíg mind a tíz kék zoknit elő nem vettük a fiókból. Az *utána* következő zokninak viszont már muszáj pirosnak lennie, a megfejtés tehát: tizenkét zokni.

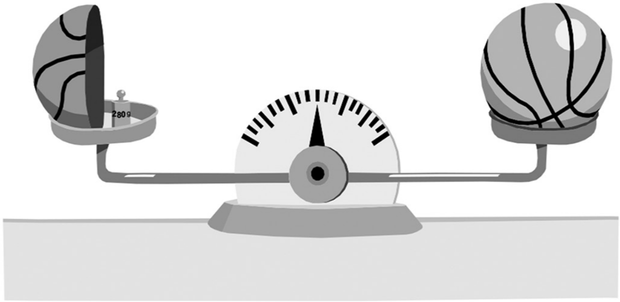
Ez a gondolatmenet azonban valamit nem vett figyelembe. A párnak nem muszáj pirosnak lennie. A lényeg, hogy *egyszínűek* legyenek. Ha az első kettő nem egyforma színű, a harmadik már biztosan összeillik valamelyikkel, a helyes megfejtés tehát: három zokni.

Súlyos probléma

Egy kosárlabda súlya 280 gramm plusz a saját súlyának a fele. Akkor tehát mennyit nyom?

MEGOLDÁS Mielőtt belekezdnénk a megoldásba, pontosan meg kell értenünk a mondatot. Például így kezdhetne hozzá valaki: „A kosárlabda súlya 280 gramm. A fele súlya 140 gramm. Ha a kettőt összeadjuk, 420 grammot kapunk."

Csakhogy a feladat pont a kosárlabda súlyának kiszámítása, és ha erre kijön 420 gramm, akkor nem lehet 280 gramm is. Világos, hogy itt ellentmondás áll fenn, bizonyára félreértettük a kérdés megfogalmazását.



Egyetlen értelmes felfogás lehetséges. A kosárlabda súlya két szám összegéből adódik: 280 gramm plusz egy ismeretlen érték, amely a kosárlabda súlyának felével egyenlő. Ezt az ábrán látható kétkarú mérleggel ábrázolhatjuk.

Ha mindkét serpenyőből elveszünk egy fél kosárlabdát, továbbra is egyensúlyban lesznek. Így az egyik oldalon 280 gramm marad, a másikon pedig egy fél kosárlabda. A fél kosárlabda tehát 280 gramm, az egész ennek a duplája, vagyis 560 grammot nyom.

Voltaképpen anélkül, hogy tudtunk volna róla, egyszerű algebrai úton oldottuk meg a problémát. Mindenféle kép helyett jelöljük x-szel a fél kosárlabdát, a mérleg két egyensúlyban lévő serpenyője helyett pedig használjuk az algebrai egyenlőségjelet. Így máris felírhatjuk az egyszerű egyenletet:

$$280 + x = x + x$$

Ha az egyenlet mindkét oldaláról levonjuk ugyanazt a mennyiséget, továbbra is „egyensúlyban” marad. Így tehát mindkét oldalról elvéve egy x-et, ezt kapjuk:

$$280 = x$$

Ne feledjük, hogy x a fél kosárlabdát jelölte. Ha a fél kosárlabda *280 gramm,* az egésznek *560 grammnak* kell lennie.