## Tartalom

**Bevezetés**  9  
**Állandó jelölések**  11  

### I. A matematika történeti fejlődése  13  
1. A matematika elvi kérdései  15  
   1.1. A matematika, mint tudomány és tantárgy  15  
   1.2. A matematika sajátosságai  16  
   1.3. A matematika filozófiája  19  
   1.4. A matematika fejlődésének szakaszai  25  
   Gyakorlatok  30  

2. Az empirikus matematika  33  
   2.1. A matematika keletkezése  33  
   2.2. A számrendszerek kialakulása, a számírás kezdetei  37  
   2.3. Egyiptom matematikája  41  
   2.4. A babílóniai matematika  48  
   Gyakorlatok  56  

3. A görög matematika  59  
   3.1. A görögök számítása  61  
   3.2. A görög matematika Euklídész előtt  63  
   3.3. A hellénizmus korának matematikája  78  
   3.4. Matematika a római korban  97  
   Gyakorlatok  103  

4. A középkor és a reneszánsz matematikája  109  
   4.1. A hindu matematika  110  
   4.2. Az arab hegemonia korá  118  
   4.3. Matematika a középkori Európában  125  
   4.4. A matematika reneszánsza  132  
   4.5. Számírásmódszerek  144  
   Gyakorlatok  152  

---
5. Az újkor matematika
   5.1. Az újkor és a modern matematika fő vonásai .................. 157
   5.2. A geometria algebrizálása .................................... 161
   5.3. A matematikai analízis kialakulása és fejlődése ............. 165
   5.4. A számelmélet önállósodása ................................... 180
   5.5. A matematika egyéb ágainak újkor fejlődése .................. 183
   Gyakorlatok ..................................................... 188

6. A magyar matematika története .................................. 193
   6.1. A kezdetekről a XIX. századig ................................. 193
   6.2. A XIX. századi reformok és fellendülés ......................... 203
   6.3. A XX. századi magyar matematika ............................. 212
   6.4. Főbb kutatási irányok a magyar matematikában ............... 216
   Gyakorlatok ..................................................... 221

II. A modern matematika főbb fejezetei ............................. 223

7. Halmazelmélet és matematikai logika ............................. 225
   Gyakorlatok ..................................................... 246

8. Topológia ..................................................................... 249
   8.1. Lérió topológia .................................................... 250
   8.2. Általános topológia .............................................. 254
   Gyakorlatok ......................................................... 262

9. Absztrakt algebra .................................................... 265
   9.1. Kialakulása és fejlődése ....................................... 265
   9.2. Csoportelmélet ..................................................... 271
   9.3. Gyűrű- és testelmélet .......................................... 281
   9.4. Hálóelmélet ....................................................... 290
   Gyakorlatok ......................................................... 294

10. Analízis ..................................................................... 297
    10.1. Valós analízis .................................................... 297
    10.2. Fourier-analízis ............................................... 320
    10.3. Funkcionálanalízis .............................................. 324
    Gyakorlatok ......................................................... 328

11. Geometria ............................................................... 331
    11.1. A modern geometria kialakulása .............................. 331
    11.2. Az euklidszi geometria ....................................... 334
    11.3. Némeuklidszi geometriák ..................................... 341
    11.4. Projektív geometria ............................................ 351
    Gyakorlatok ......................................................... 356
12. Számelmélet 357
   12.1. Algebrai számelmélet ........................................ 357
   12.2. Analitikus számelmélet ....................................... 362
         Gyakorlatok ..................................................... 369

13. Kombinatorika és gráfelmélet 371
   13.1. Kombinatorika ................................................... 372
   13.2. Gráfelmélet .................................................... 381
         Gyakorlatok ..................................................... 391

14. Valószínűségszámítás 393
   14.1. Valószínűségszámítás ......................................... 394
   14.2. Matematikai statisztika ...................................... 410
   14.3. Játékelmélet .................................................... 422
         Gyakorlatok ..................................................... 434

Életrajzi jegyzetek 437

Függelék 487

1. Staar Gyula interjúja Szénássy Barna professzorral 489

2. Milyen a matematika? (idézetek) 503
Bevezetés

A tankönyv matematika szakos tanárjelölték és tanárok számára készült, de használaton foglalkozó mindazonak, akik érdeklődnek a matematika iránt és legalább középfokú végettősséggel rendelkeznek.

Megirásakor a szerző igyekszett hasznosítni A matematika fejlődése tárgy oktatása során szerzett tapasztalatait, valamint a tárgyhoz korábban írt két jegyzet (Szász, Szerényi) erényeit.

Ezek közül az utóbbi 1975-ben jelent meg és ez önmagában indokolt tájékoztatást és tanulmányt jelentőségű, akik elérhetik a matematikai nézetek széleskörű hatását.

A szerző egyéb jegyzeteihez képest jobban igyekszünk szem előtt tartani azt, hogy használók nem csupán matematikusok, hanem rendőr tanulmányoztak.

A történeti út tapasztalatainak figyelemre méltó részletezése szükséges, hogy tanítók és tanulók ismerik ezen tanulságokat, és ezért a történeti út és a történeti fejlődés megértése szükséges.

Az egyéb alakítható, hogy a történeti út tapasztalatait a történeti fejlődés egyik fontos tényeit és megértésének lehetőségeit mutatja.

A történeti út figyelemre méltó részletezése nem csak a történelmi időszakokra, hanem a mai matematikai oktatási modellre is vonatkozik, és ezért ismeretséget mutat a történeti út hatékonyságának.
Felhasználható a tárgy megszere ettetésére, a motivációs bázis erősítésére, az órák élektetésére. Így mér a humán beállítottságú gyermekek is találat köztől a matematikához. A nagy matematikusok életénkben kimutatása is komoly nevelő hatású. Végzetűl: minden szaktanárnak illik ismerni szaktárgya történetét. Ez humán tárgyaknál már régen nem vitatott kérdés.

Az órák életénkben kimutatása is komoly nevelő hatású. Végzetűl: minden szaktanárnak illik ismerni szaktárgya történetét. Ez humán tárgyaknál már régen nem vitatott kérdés.

A könyv előző történeti korszakként tárgyalja a matematika fejlődését a modern matematika koráig. Külön fejezet szól a magyar matematikáról. Ebben a részben tárgyaljuk a matematika általános elvi kérdéseit és filozófiáját. A második részben a modern matematika legfontosabb fejezetének főbb fogalmait, eredményeit mutatjuk be, a századunk közepéig bezáróan. A kiválasztás szempontjai között a tanárképzés anyagához való kötődés, a magyar vonatkozású eredmények kimutatása és a szerző egyéni érdeklődése is szerepelik. Az egyes fejezetek után gyakorlatolatok, magyar nyelvű irodalmat, az órák végén pedig életrajzi jegyzeteket és két függeléket talállatunk.

A tárgyalás módját igyekszett a legjobb kompromisszumot megtalálni az érthetőség és a pontoság között. Nem alatt a részletekben elmerülő, hanem a megépítő ismeretekre épülő áttekintésre, szintetizálásra törekedett.

Az órák célja nem csupán egy vizsgára való felkészülés segítése. Ez annál is nehezebb, mert a tárgy helyzete változóban volt és van a tanárképzésben. A tárgyat tartó tanár felére szerint változhat a tárgyait anyagból, amely reményünk szerint tartalmazza egy matematikatánár számára legfontosabb ismeretanyagot, így a tanári továbbképzéseknél kézikönyve is lehet.

A nem matematikus olvasó figyelmét bizonyára jobban lekötik a történeti érdeklődéseket, a korszakkok átfogó értékeléseit, az életrajzok. Nagy matematikusok nagy baklóvássáneken és nagy vitáinak kimutatása szolgáljon némiként tanulásban, hanem igazságtalannal is számára.

A lektorok átfogó értékeléseikkel, hasznos útmutatásáikkal és a hibák gondos feltárásával nagymértékben hozzájárultak a könyv jobbáételéhez. A tipográfiai munkáért és a szép ábrákért Kovács Zoltán kollégámat illeti köszönet. A megmaradt hibákért nem őket, hanem egyedül a szerzőt terheli a felelősség.

Későnémtem fejezem ki a két kiadó munkatársainak, különösen Votisky Zsuzsnak, a TYPOX ügyvezető igazgatójának, akinek bátorsága, szervező munkája nélkül e könyv nem készült volna el.

Nyíregyháza, 1997

Filep László