

LINEÁRIS ALGEBRA

V. V. Prasolov

LINEÁRIS ALGEBRA


TypoTeX

2005

A mű eredeti címe: Problems and Theorems in Linear Algebra

© American Mathematical Society, 1994



A könyv az  támogatásával a Felsőoktatási Tankönyv- és Szakkönyv-támogatási Pályázat keretében jelent meg.

Hungarian translation © Csaba Ferenc, Typotex, 2005

Lektorálta: Uhrin Béla

ISBN 963 9548 51 0

Témakör: algebra, elméleti matematika

Kedves Olvasó!

Önre gondoltunk, amikor a könyv előkészítésén munkálkodtunk. Kapcsolatunkat szorosabbra fűzhetjük, ha belép a Typoklubba, ahonnan értesülhet új kiadványainkról, akcióinkról, programjainkról, és amelyet a www.typotex.hu címen érhet el. Honlapunkon megtalálhatja az egyes könyvekhez tartozó hibajegyzéket is, mert sajnos hibák olykor előfordulnak.

Kiadja a Typotex kiadó, az 1795-ben alapított Magyar Könyvkiadók és Könyvterjesztők Egyesülésének tagja.

Felelős kiadó: Votisky Zsuzsa

Műszaki szerkesztő: Csaba Ferenc

Terjedelem: 17,8 (A/5) ív

Készült a Naszály Print Kft. nyomdájában

Felelős vezető: Hemela Mihályné

TARTALOM

Előszó	vii
Jelölések, elnevezések	ix
I. DETERMINÁNSOK	1
1. A determinánsok elemi tulajdonságai	2
2. Aldeterminánsok, kofaktorok	10
3. A Schur-komplement	18
4. Szimmetrikus függvények, hatványösszegek, Bernoulli-számok	21
Megoldások	28
II. VEKTORTEREK	36
5. Duális tér. Ortogonális komplementer	39
6. Lineáris leképezés kép- és magtere. Faktortér	44
7. Vektortér bázisa. Lineáris függetlenség	48
8. Mátrix rangja	51
9. Alterek. A Gram–Schmidt-féle ortogonalizáció	54
10. Komplexesítés és valósítás. Unitér terek	58
Megoldások	61
III. KANONIKUS ALAKOK	65
11. Lineáris leképezés nyoma és sajátértékei	65
12. A Jordan-féle normálalak	71
13. A minimál- és a karakterisztikus polinom	80
14. A Frobenius-féle kanonikus alak	83
15. A főátló átalakításai	85
16. A poláris felbontás	89
17. További speciális felbontások	90
18. A Smith-féle normálalak. Elemi osztók	92
Megoldások	94
IV. SPECIÁLIS MÁTRIXOK	100
19. Szimmetrikus és Hermite-féle mátrixok	100
20. Két Hermite-féle forma szimultán diagonalizációja	105
21. Ferdén szimmetrikus mátrixok	108

22. Ortogonális mátrixok. A Cayley-transzformáció	110
23. Normális mátrixok	113
24. Nilpotens mátrixok	114
25. Projekciók. Idempotens mátrixok	116
26. Involúciók	120
Megoldások	122
V. MULTILINEÁRIS ALGEBRA	128
27. Multilineáris leképezések és tenzorszorzatok	128
28. Szimmetrikus és ferdén szimmetrikus tenzorok	133
29. A Pfaff-polinom	140
30. Felbontható tenzorok	143
31. Tenzor rangja	147
32. Tenzorszorzatok lineáris transzformációi	150
Megoldások	153
VI. MÁTRIXEGYENLŐTLENSÉGEK	157
33. Szimmetrikus és Hermite-féle mátrixok	157
34. Sajátértékekre vonatkozó egyenlőtlenségek	162
35. Mátrixnormákra vonatkozó egyenlőtlenségek	165
36. A Schur-komplemens és az Hadamard-szorzat. Emily Haynsworth tételei	168
37. Nemnegatív mátrixok	171
38. Duplán sztochasztikus mátrixok	176
Megoldások	181
VII. MÁTRIXOK AZ ALGEBRÁBAN ÉS AZ ANALÍZISBEN	186
39. Kommutáló mátrixok	186
40. Kommutátorok	189
41. Kvaterniók és Cayley-számok. Clifford-algebrák	194
42. Mátrixalgebrák reprezentációja	206
43. A rezultáns	207
44. Az általánosított inverz mátrix. Mátrixegyenletek	212
45. Hankel-mátrixok és racionális függvények	217
46. Mátrixfüggvények. Mátrixok differenciálása	218
47. Lax-párok és integrálható rendszerek	221
48. Adott sajátértékekkel rendelkező mátrixok	225
Megoldások	228
Appendix	236
Irodalom	241
Név- és tárgymutató	244

ELŐSZÓ

Számos lineáris algebrával foglalkozó könyv van forgalomban, és közöttük nem egy igazán kiváló is akad. Azt gondolhatnánk, hogy a tárgyról már felesleges újabb könyvet írni. Kissé óvatosabban fogalmazva: meglehet, hogy ezekből a könyvekből mindenki megtudhat mindent, ami csak érdekl, és hogy az újabb könyvek csupán a régi, jól ismert eredményeket ismételteti

Ez nyilvánvaló tévedés, bármilyen gyakran találkozunk is vele.

A lineáris algebra területén is időről időre új eredmények, a régi tételekre pedig egyszerűbb és elegánsabb bizonyítások születnek. A régi kézikönyvekből ezenfelül számos olyan, a hőskorból származó tétel hiányzik, amely ma is méltán tarthat igényt az érdeklődésünkre.

Ebben a könyvben azokat a tételeket és feladatokat próbáltam összegyűjteni, amelyek megértése, illetve megoldása egyetlen matematikára szakosodott hallgató számára sem lehetetlen.

A könyvben a lineáris algebra számítási aspektusai némileg háttérbe szorultak. A könyv jelentős részét olyan eredmények bemutatásának szenteltem, amelyek ezidáig kizárólag szakfolyóiratokban jelentek meg, de meggyőződésem, hogy méltóak a szélesebb olvasóközönség figyelmére is.

Feltételezem, hogy az Olvasó ismeri a lineáris algebra alapfogalmait: tudja, hogy mi egy mátrix, egy vektortér, egy bázis, egy lineáris leképezés és egy determináns. Ezekről eltekintve a szokásos kurzusokon tárgyalt valamennyi definíció és tétel – bizonyítással együtt – helyet kap a könyvben, sőt a maguk helyén az ismertnek tekintett fogalmakat és eredményeket is összefoglaltam. Külön hangsúlyt helyeztem arra, hogy az ismert tételek újabb keletű, nem szokványos, de annál elegánsabb bizonyításait ismertessem meg az Olvasóval.

A könyv kizárólag véges dimenziós vektorterek elméletével foglalkozik.

Többnyire valós vagy komplex vektorterekről lesz szó, de alkalmanként a véges karakterisztikájú testek fölötti vektorterek is előkerülnek.

A hivatkozások könnyen azonosíthatók: 36.2. a 36. szakasz 2. pontjára utal; a 36.2. feladat a 36. szakasz 2. feladata, a 36.2.2. Tétel a 36. szakasz 2. pontjában szereplő második tétel.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS: A könyv anyaga a Moszkvai Független Egyetemen, az 1991/92-es tanévben tartott előadásaimat öleli fel. A kurzus résztvevőinek hasznos megjegyzéseikért, a kéziratához fűzött értékes javaslatokért D. V.

Beklemisevnek, D. B. Fuchsnak, A. I. Kosztrikinnek, V. S. Retaknak, A. N. Rudakovnak és A. P. Veszeloznak tartozom köszönettel.

Az 1996-os második kiadás újdonsága – néhány apró hiba kijavításán túl – a lineáris leképezéspárokra vonatkozó Kronecker-tétel bizonyítását tartalmazó 12.6. pont.