

**J. M. Gelfand
E. G. Glagoljeva
A. A. Kirillov
E. E. Snol**

**A
KOORDINÁTAMÓDSZER**

Typotex, 2010

Az eredeti mű címe

И. М. Гельфанд – Е. Г. Глаголева – А. А. Кириллов:
МЕТОД КООРДИНАТ

И. М. Гельфанд – Е. Г. Глаголева – Э. Э. Шноль:
ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ
Издательство „Наука”, Москва, 1968.

Copyright © „Наука”, 1968

Hungarian translation © dr. Urbán János, Typotex, 2010

ISBN 978-963-279-122-7

Minden jog fenntartva. A letöltött művek három különböző regisztrált számítógépen korlátlan alkalommal olvashatók, valamint összesen egy alkalommal kinyomtathatók.

Bármilyen másolás, sokszorosítás, illetve a fájlok védelmének feltörése tilos!

Az elektronikus kiadást támogatta:



Ez a mű a Műszaki Könyvkiadó 1973-as kiadásának digitalizálásával készült kereshető módon

A digitalizálásra a Typotex Kiadó adott engedélyt

Felelős kiadó: Votisky Zsuzsa

Az elektronikus kiadás műszaki szerkesztője: Benkő Márta

TARTALOMJEGYZÉK

ELSŐ KÖNYV

Előszó 7

Bevezetés 9

I. rész

1. Pont koordinátái az egyenesen 12
2. Pont koordinátái a síkon 18
3. Pont koordinátái a térben 35

II. rész

1. Alapfogalmak 45
2. A négydimenziós tér 52
3. A négydimenziós kocka 58

MÁSODIK KÖNYV

Előszó 73

Bevezetés 75

1. Néhány példa 81
2. A lineáris függvény 94
3. Az $y=|x|$ függvény 97
4. Másodfokú polinom 108
5. A lineáris törtfüggvény 122
6. Hatványfüggvények 133
7. Racionális függvények 146

Önálló megoldásra szánt feladatok 154

Válaszok és útmutatások a \oplus jellel megjelölt feladatokra és gyakorlatokra 164

ELSŐ KÖNYV

A KOORDINÁTAMÓDSZER

ELŐSZÓ

Könyvünk nem igényel különleges ismereteket. Az általános iskolai matematikai anyag segítségével bárki megértheti, de ehhez rendszeresen kell haladni benne, nem lehet gyorsan végigfutni. Az olvasás megkönnyítésére „útjelzőket” helyeztünk el a szöveg mellett. Olvasás közben figyeljünk rájuk.

„Parkírozni szabad”. A további részek megértéséhez szükséges részeket: definíciókat, formulákat stb. jelöli.

Az ilyen jel mellett álljunk meg. Az itt leírtakat többször is olvassuk el és jegyezzük meg.

„Veszélyes lejtő”. A nehezebb részeket jelöli. Ha apró betűkkel van nyomtatva, akkor első olvasáskor kihagyhatjuk.

„Veszélyes kanyar”. Ezekre a részekre különösen figyeljünk. Első olvasásra könnyűnek és egyszerűnek látszanak. Ha azonban nem értjük meg pontosan az itt leírtakat, ez később komoly hibákhoz vezethet.

A feladatmegoldás nagyon fontos. Feltétlenül oldjuk meg az összes feladatot!

Sikeres munkát kívánunk!

*



A 2. és 3. kiadásban figyelembe vettük a Moszkvai Állami Egyetem levelező matematikai iskolája tanulóinak megjegyzéseit és kívánságait, ezért a szöveget néhány helyen módosítottuk és néhány új feladatot is beiktattunk.

A szerzők köszönetet mondanak *N. B. Vasziljevnek*, *V. L. Gutenmahernak* és *D. K. Fagyjevának* a második és harmadik kiadás előkészítéséhez nyújtott segítségükért.

I. M. Gelfand
E. G. Glagoljeva
A. A. Kirillov

BEVEZETÉS

Ha az újságban egy új szputnyik felbocsátásáról olvasunk, találkozhatunk ilyen mondattal: „A szputnyik a számítható közeli pályára tért”. Gondoljuk csak el: hogyan lehet kiszámítani, azaz számokkal kifejezni például egy szputnyik pályáját — egy bizonyos vonalat. Ehhez az kell, hogy a geometriai fogalmakat lefordítsuk a számok nyelvére, de mindenekelőtt egy pont helyzetét a térben (vagy a síkon, vagy a Föld felületén stb.) számok segítségével határozhatjuk meg.

Pontok vagy testek helyzetét számokkal vagy más szimbólumok segítségével meghatározni: ennek eszköze a koordináta-rendszer.

Azokat a számokat, amelyek segítségével egy pont helyzetét meghatározzuk, a pont *koordinátáinak* nevezzük.

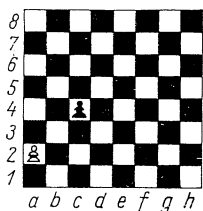
Mindenki hallott már a földrajzi koordinátákról, amelyekkel egy pont helyzetét egy felületen (a Föld felületén) határozzuk meg. A földfelület minden pontjának két koordinátája van: szélességi és hosszúsági. A térben egy pont helyzetének meghatározására már nem elég két szám; háromra van szükség. Például egy szput-



nyik helyzetének meghatározására meg kell mondani a Föld felszínétől való távolságát, és annak a földi pontnak a szélességi és hosszúsági adatait is, amely felett tartózkodik.

Ha ismerjük a szputnyik pályáját, vagyis azt a vonalat, amelyen mozog, akkor elég egy számot megadnunk ahhoz, hogy a szputnyik helyzetét ezen a görbén meghatározzuk: például a pálya egy bizonyos pontjától a pálya mentén mért távolságát.*

A vasútvonalak esetében ugyanezt a módszert követik: megadják a kilométerkövek sorszámát. Ez a szám is a vasútvonalon megadott pont koordinátája.



Sajátságos koordinátákat használnak a sakkbán, ahol a figurák helyzetét a sakktáblán betűk és számok segítségével határozzák meg. A függőleges sorokat betűkkel, a vízszintes sorokat számokkal jelölik. Így a sakktáblán minden négyzetnek egy betű—szám kettős felel meg. Ábránkon a világos gyalog *a2*-n áll, a sötét *c4*-en. Így azt mondhatjuk, hogy a világos gyalog koordinátája *a2*, a sötété *c4*.

A koordináták alkalmazásának következtében levélben is sakkozhatnak. A lépés közléséhez nem kell lerajzolni a sakktáblát és a figurák elhelyezkedését. Elég például ennyit mondani: „a nagymester *e2—e4*-et lépett”, és máris tudja mindenki, hogy kezdődött a játszma.

A koordináták lehetővé teszik azt, hogy a tér, a sík vagy egy egyenes tetszőleges pontjának helyzetét számokkal határozzuk meg. Ez lehetőséget ad arra is, hogy különböző alakzatokat „rejtjelezzünk”, számok segítségével írjuk le ezeket. Egy ilyen jellegű példát talál az olvasó az I. rész 4. pontjának 1. gyakorlatában.

A koordinátamódszer azért is fontos, mert segítségével a modern számítógépeket nemcsak

* A vonalat egydimenziós, a felületet kétdimenziós, a teret háromdimenziós alakzatnak szoktuk mondani. A vonal, felület vagy tér dimenziószámán tulajdonképpen azoknak a koordinátáknak a számát értjük, amelyek egy pont helyzetét meghatározzák rajtuk.

különböző számítási feladatokra, hanem geometriai feladatok megoldására, geometriai objektumok és összefüggések tanulmányozására is fel lehet használni.