Matematika nagyon röviden

Timothy Gowers

MATEMATIKA NAGYON RÖVIDEN

TYPOTEX
Budapest, 2010

A kötet megjelenését az
MTA Matematikai Tudományok Osztályának
ajánlásával az
MTA Könyv- és Folyóirat-kiadó Bizottsága és a
Varga Tamás Alapítvány
támogatta.

ISBN 978 963 279 295 8

Témakör: *matematika-népszerűsítés*

First published as a Very Short Introduction 2002

Tartalom

Előszó

A 20. század elejének kiemelkedő matematikusa, David Hilbert vette észre, hogy fontos matematikai gondolatmenetek szerkezete rendkívül hasonló. Tulajdonképpen azt látta meg, hogy az általánosság megfelelő szintjén ezek a szerkezetek lényegileg azonosnak tekinthetők. Ennek és hasonló tapasztalatoknak a nyomán a matematika új ága jött létre, amelynek az egyik központi fogalma Hilbertről kapta a nevét. A Hilbert-tér fogalma a számelmélettől a kvantummechanikáig a modern matematika oly sok területén jut fontos szerephez, hogy nem tekintheti magát képzett matematikusnak az, aki nincs tisztában legalább a körvonalaival.

Hogy mi a Hilbert-tér? A szokásos egyetemi kurzusokon teljes euklideszi térként definiálják. Idáig jutva a hallgatóknak már tisztában kell lenniük azzal, hogy az euklideszi tér nem más, mint egy skalárszorzattal ellátott vektortér, egy tér pedig akkor teljes, ha benne minden Cauchy-sorozat konvergens. Mindennek persze akkor van értelme, ha az ember ismeri a vektortér, a skalárszorzat, a Cauchy-sorozatok, illetve a konvergencia definícióját. Ezek egyike (és nem is leghosszabb) például így szól: az $x_1, x_2, x_3, \ldots$ sorozat Cauchy-sorozat, ha minden pozitív ε számhoz van olyan N egész, hogy az N-nél nagyobb bármely két p, q egészre x_p és x_q távolsága legfeljebb ε.

Aki tehát nem rágta át magát matematikai fogalmak szövevényén, annak esélye sincs arra, hogy megértse, mi a Hilbert-tér. Az ilyesmi pedig, érthető módon, időt és erőfeszítést kíván. Mivel pedig a legtöbb alapvető matematikai fogalommal így áll a dolog, igen komoly akadályokkal kell szembenéznie a szerzőnek, ha közérthető módon akarja bevezetni az olvasót a matematikába – különösen akkor, ha ennek a bevezetésnek nagyon rövidnek kell lennie.

Ahelyett, hogy ezen a nehézségen próbálnék valamilyen leleményes módon úrrá lenni, a matematikai kommunikáció egy másfajta korlátját igyekszem áttörni. Ez az inkább filozófiai, mintsem technikai jellegű korlát választja el azokat, akik otthonosan mozognak az olyan fogalmak között, mint például a végtelen, a négyzetgyök mínusz egy, a huszonhatodik dimenzió vagy a görbült tér, azoktól, akik zavarba ejtően érthetetlennek találják az ilyesmit. Az a véleményem, hogy az ember tisztába jöhet ezekkel a fogalmakkal, mégpedig anélkül, hogy el kéne merülnie a technikai részletekben; azt próbálom megmutatni, hogyan.

Ha ennek a könyvnek van bármiféle üzenete, az talán úgy szól, hogy meg kell tanulnunk elvont módon gondolkodni; akkor ugyanis számos filozófiai bonyodalom egyszerűen nem lép föl. A 2. fejezetben részletesen kifejtem majd, mit tartok erről az absztrakt módszerről. Az 1. fejezet az elvonatkoztatásnak egy az előbbivel összefüggő, ugyanakkor talán szokványosabb útját mutatja be: azt a folyamatot, amelynek során egy hétköznapi problémát, annak lényeges elemeit kiemelve, matematikai feladattá alakítunk át. Ebben a két fejezetben, továbbá a harmadikban, ahol arról írok, mi a matematikai bizonyítás, lesz szó a matematikáról általában.

Ezek után speciálisabb témákkal foglalkozom majd. Az utolsó fejezet, miután elsősorban matematikusokról, nem pedig magáról a matematikáról szól, jellegében némileg különbözik majd a többitől. Azt javaslom, hogy a 2. fejezetet a későbbiek előtt olvassák el; ettől eltekintve igyekeztem a szöveget a lehető legkevésbé hierarchikusan felépíteni: a könyv vége felé sem tételezem föl, hogy az olvasó minden korábbi részletet alaposan megemésztett és pontosan emlékszik rájuk.

A könyv elolvasásához nincs szükség elmélyült ismeretekre – nagyjából elegendő az angol GCSE, illetve ezzel egyenértékű kurzus –, számítok viszont az olvasó érdeklődésére. Magam ugyanis nem törekszem különösebben ennek felkeltésére. Ne várjanak tehát anekdotákat, karikatúrát, felkiáltójeleket, blikkfangos alcímeket vagy a Mandelbrot-halmaz reprodukcióit. Nem lesz szó káoszelméletről és Gödel tételéről sem; a modern matematikai kutatásokban játszott szerepükhöz képest ezek az eredmények aránytalan mértékben foglalkoztatják a közvéleményt, bőségesen lehet róluk olvasni másutt. Hétköznapibb témákat választottam, és bízom abban, hogy a kifejtés segíti majd alaposabb megértésüket. Célom nem a bőség, hanem a mélység; miközben a matematika valódi természetét törekszem fölfedni, remélem, hogy az önmagában is elegendő vonzerőt jelent.

Szeretném megköszönni a Clay Mathematics Institute és a Princeton University támogatását, és a könyv egy részének írása során nyújtott vendégszeretetüket. Hálával tartozom Gilbert Adairnak, Rebecca Gowersnek, Emily Gowersnek, Patrick Gowersnek, Joshua Katznak és Edmund Thomasnak a kézirat korábbi változatainak elolvasásáért. Noha ők sokkal műveltebbek és tájékozottabbak, semhogy átlagos olvasónak tekinthetném őket, megnyugtató volt számomra, hogy írásomat néhány laikus is megérti; javaslataik nyomán a szöveg sokat javult. Végül Emilynek ajánlom ezt a könyvet, remélve, hogy kap némi képet arról, mivel is töltöm az időmet.