

Relativisztikus elektrodinamika röviden

További olvasnivaló a kiadó kínálatából:

Patkós András: Bevezetés a kvantumfizikába:

6 előadás Feynman modorában

Bódisz Dénes: Atommagsugárzások mérés technikái

Frei Zsolt – Patkós András: Inflációs kozmológia

Gesztai Tamás: Kvantummechanika

Hraskó Péter: A relativitáselmélet alapjai

John D. Jackson: Klasszikus elektrodinamika

Patkós András – Polónyi János: Sugárzás és részecskék

Edwin F. Taylor – John A. Wheeler: Tér-időfizika

Tevan György

# RELATIVISZTIKUS ELEKTRODINAMIKA RÖVIDEN



**TYPOTEX**



A kiadvány a Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült.

© Tevan György, Typotex, 2013

Engedély nélkül semmilyen formában nem másolható!

ISBN 978 963 279 317 7

ISSN 1788-2494

Lektorálta: Dr. Zombory László

Témakör: *fizika*

Kedves Olvasó!

Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!



Újabb kiadványainkról és akcióinkról  
a [www.typotex.hu](http://www.typotex.hu) és a [facebook.com/typotexkiado](https://facebook.com/typotexkiado)  
oldalakon értesülhet.

Kiadja a Typotex Elektronikus Kiadó Kft.

Felelős vezető: Votisky Zsuzsa

A kötetet gondozta: Gerner József

Borítóterv: Tóth Norbert

Nyomta és kötötte: László András és Társa Nyomdaipari Bt.

Felelős vezető: László András

# Tartalom

Előszó	7
1. Bevezetés	9
2. A téridő-világ	13
3. A Lorentz-transzformáció	19
4. Relativisztikus kinematika és kinetika	23
5. A négyes divergencia	31
6. A négyes áramsűrűség vektora	33
7. Antiszimmetrikus négyes tenzorok	39
8. A Maxwell-egyenletek négydimenziós alakja	45
9. Közegegyenletek	53
10. Energia-impulzus tenzor	59
11. A négyes hatásintegrál	67
12. Példák, alkalmazások	71
A., Relativisztikus egyenletesen gyorsuló mozgás	71
B., Rugalmatlan ütközés	73
C., Egyenesen, egyenletesen mozgó pontszerű töltés elektromágneses tere (vákuumban vagy levegőben)	75
D., Trouton–Noble-kísérlet	78
E., Unipoláris indukálás	80
F., H. A. Wilson kísérlete	83
G., Fizeau kísérlete	84
H., Elektromágneses síkhullám vákuumban (levegőben)	85

I., Töltött részecske gyorsítása	90
J., Töltés mozgása homogén elektrosztatikus térben	92
K., Töltés mozgása homogén mágneses térben	95
L., Mozgó töltés elektromágneses tere; Lienard–Wiechert-potenciálok	97
Irodalomjegyzék	105

# Előszó

Majdnem ötven év telt el azóta, hogy elektrotechnikai tevékenységem és elméleti villamosságtani ismereteim mellett érdeklődni kezdtem a relativitáselmélet, különösen a relativisztikus elektrodinamika iránt. Elsősorban Fodor György egyetemi jegyzetét [5], majd Novobátzky Károly egyetemi tankönyvét [8] tanulmányoztam, de más könyveket is. Megtetszett Vladimir Fock könyvében [4] a Lorentz-transzformáció bevezetési módja, és lineáris algebrai ismereteim alapján a négydimenziós tér-idő világ bevezetésére magam számára olyan módszert dolgoztam ki, amely jobban igazodik a mérnöki vektorszámítás írásmódjához, és ezzel a Lorentz-transzformáció és a speciális relativitáselmélet egyes eredményei áttekinthetőbben adódnak.

Öreg nyugdíjasként előszedtem idevonatkozó régi jegyzeteimet, és ismét átgondolva, esetenként újakkal kiegészítve állítottam össze e rövid könyvet. Először az elméletet ismertetem, majd a szakirodalmak alapján példákat, alkalmazásokat válogattam.

A könyv megértéséhez a klasszikus elektrodinamika ismerete (pl. Simonyi Károly könyvei [10,11,12] és Vágó István könyve [15]), és a mérnököknek tanított vektoranalízis ismerete szükséges.

Itt köszönöm meg Dr. Zombory László professzornak lektori javaslatait, amiket figyelembe vettem. Megköszönöm továbbá a Magyar Tudományos Akadémia anyagi támogatását.

Budapest, 2013. június

Tevan György





# 1. fejezet

## Bevezetés

A relativisztikus elektrodinamika a speciális relativitás elméletének részét képezi. Azzal foglalkozik, hogy milyen kapcsolat van különböző, egymáshoz képest egyenes vonalon, egyenletesen mozgó inerciarendszerekhez tartozó elektromágneses térjellemzők között, inerciarendszeren olyan vonatkoztatási rendszert értve, amelyben a magára hagyott (erőhatás nélküli) testek nyugalomban maradnak, vagy egyenesvonalú, egyenletes mozgást végeznek. A relativitáselmélet szerint **minden inerciarendszerben az ottani elektromágneses térjellemzőkkel érvényesek a Maxwell-egyenletek**, és így ezek megoldásából adódóan az is következik, hogy az elektromágneses hullámok vákuumban minden inerciarendszerben és minden irányban a vákuumbeli fénysebességgel terjednek. A speciális relativitáselméletet számtalan kísérlet támasztja alá. Az elmélet kialakulásának szempontjából döntő volt a Michelson-kísérlet (1881-ben, majd Morleyvel közösen megismételve 1887-ben), amely a fény terjedésének sebességét vákuumban az iránytól és a megfigyelő mozgásállapotától függetlennek találta.

A speciális relativitáselmélet kialakulásának történetével csak nagyon röviden foglalkozunk, a magyar nyelvű szakirodalmak is részletesen tárgyalják ezt. [5], [8], [10], [12], [16]. Az ún. *relativitási elvet*, tehát hogy egyetlen inerciarendszer sincs kitüntetett helyzetben, és ezért a természettörvényeknek mindegyik inerciarendszerben ugyanolyannak kell lenniük, már Galileo Galilei (1564-1642) is felismerte mechanikai vizsgálataiban. A róla elnevezett Galilei-transzformáció két inerciarendszer hely- és időkoordinátái között létesít kapcsolatot, amelyet itt vektoros formában írunk fel:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v} t ; \quad t' = t. \quad (1)$$

Itt  $\mathbf{r}$  és  $t$  bármely pont helyzetvektora és időpontja a „vesszőtlen”,  $\mathbf{r}'$  és  $t'$  pedig ugyanannak a pontnak a „vesszős” inerciarendszerben,  $\mathbf{v}$  pedig a „vesszős” rendszer (egyenletes) mozgásának sebességvektora a „vesszőtlen” rendszerben. A mechanika mozgásegyenleteinek alakja változatlan, invariáns a Galilei-transzformációval szemben. Ezt pl. egyetlen tömegpont esetén a newtoni mozgástörvény alapján láthatjuk be, amely a vesszőtlen rendszerben:  $m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}$ . Helyettesítve (1)-et és figyelembe véve, hogy a tömegpontok

közti erők csak kölcsönös helyzetüktől függ, és az a transzformációval nem változik, és ezért  $\mathbf{F} = \mathbf{F}'$ , így

$$m \frac{d^2(\mathbf{r}' + \mathbf{v}t)}{dt^2} = \mathbf{F}' \text{ vagyis } m \frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2} = m \frac{d^2\mathbf{r}'}{dt'^2} = \mathbf{F}',$$

tehát a törvény alakja a „vesszős” rendszerben ugyanolyan. Ezt *kovarianciának* nevezik.

A Maxwell-egyenletek viszont nem invariánsak a Galilei-transzformációval szemben. Ugyan Heinrich Hertz (1857-1894) a Galilei-transzformációval szembeni invarianciát feltételezve állította fel a mozgó közegre érvényesnek vélt egyenleteket. Az elektromágneses teret az ún. „éter” feszültségi állapotának tekintette, amit a mozgó közeg magával visz. A mozgó közegben az egyenleteket úgy módosította, hogy az idő szerinti parciális deriváltakat totálisokkal váltotta fel, és a térjellelmezőket az inerciarendszertől *helytelenül* függetlennek tekintette.

A klasszikus elektrodinamikát Hendrick Anton Lorentz (1853-1928) foglalta egységes formába. Elektronelméletével a vákuumra vonatkozó Maxwell-egyenleteket alkalmazta mozgó közegekre, figyelembe véve a részecskéknek a mozgásból származó gerjesztéseit is. Ez a felfogás is feltételez egy nyugalmi inerciarendszert és az abszolút idő fogalmát. Később azonban (1904-es cikkében) olyan, a tér- és időkoordinátákra vonatkozó transzformációt közöl – a ma is Lorentz-transzformációnak nevezett –, amellyel szemben a Maxwell-egyenletek alakja változatlan. Ennek ellenére ragaszkodott az éter, az abszolút nyugalmi rendszer és az abszolút idő fogalmához, és az ezeket vitató kísérleti tényeket igyekezett másként értelmezni.

Julius Henri Poincaré (1854-1912) már 1904-ben kimondta az inerciarendszerek egyenértékűségét, és a Lorentz-transzformáció értelmezéséhez csatlakozva a relativitáselméleti téridő négydimenziós matematikai alakját vezette be és alkalmazta az elektrodinamika összefüggéseire.

Ilyen előzmények után a speciális relativitáselmélet következetes fizikai alakjának megjelenését Albert Einstein (1879-1955) 1905-ös cikkétől [„Zur Elektrodynamik bewegter Körper” – „Mozgó testek elektrodinamikájáról”] számítjuk. Álláspontja az, hogy *éter, abszolút nyugalmi rendszer, abszolút idő, és abszolút egyidejűség nincs. Az inerciarendszerek egyenrangúak, a fény vákuumban mindegyikben, minden irányban ugyanakkora sebességgel terjed és ez a rendszeridők mérésére is felhasználható. A relativitás elve úgy érvényesül, hogy a Maxwell-egyenletek a Lorentz-transzformációval kovariánsak, tehát alakjuk invariáns és ez az elv általános érvényű*, ezért a mechanikai törvények korrekcióra szorulnak, mert alakjuk klasszikus formájukban a Galilei-transzformációval szemben invariánsak.

A számításokat megkönnyítő négydimenziós téridő-világ teljes rendszerét Hermann Minkowski (1864-1919) dolgozta ki 1908-ban.

---

A relativitáselmélet szokásos tárgyalása a történeti fejlődést követi abban, hogy előbb vezetik be a Lorentz-transzformációt, és azután a négydimenziós Minkowski-teret. Ezt itt megfordítjuk, és a téridő-világot a lineáris algebra segítségével vezetjük be, továbbá a térben a közvetlen vektorkalkulust használjuk, mert így az összefüggések áttekinthetőbben adódnak. Minden fejezetben az SI-mértékrendszerrel dolgozunk.