Gnädig Péter – Honyek Gyula – Vigh Máté

# 333
# FURFANGOS FELADAT
# FIZIKÁBÓL

TYPOTEX

# Tartalomjegyzék

# Előszó

A feladatmegoldás fontos részét képezi a fizika tanításának, tanulásának. A fizikai törvényeket a számolásos feladatok segítségével lehet „működtetni”, alkalmazni. Ez az alkalmazás azonban bizonyos rutint tételez fel, amelynek hiánya még a legjobb képességű diákok közül is sokakat elijeszt a fizikától, a természettudományoktól. A példatári feladatok gyakran csak hosszú, kitartó (a diákok szerint unalmas, fantáziátlan, „rágós”) számolással oldhatók meg. A legjobbak közül is sokan úgy érezhetik, hogy számukra ezek a feladatok nem elég vonzóak, nem alkalmasak arra, hogy „kreativitásuk” (zsenialitásuk?) megnyilvánulhasson.

Ez a könyv azt szeretné bizonyítani, hogy nem minden fizikafeladat *ilyen*. Vannak *olyan* problémák, amelyek megoldása egy-egy jó ötletet, a szokásostól eltérő gondolkodásmódot, egy csipetnyi „furfangosságot” igényel. Ha ez az „isteni szikra” kipattan, az arkhimédészi *heuréka*-élmény beugrik, akkor gyakran néhány sornyi számolással (esetleg fejben végiggondolható érveléssel) kész a megoldás.

Természetesen a logika önmagában nem elegendő. Az univerzális fizikai törvények ismerete nélkül senkinek nincs esélye arra, hogy kitalálja ezeket a „furfangokat”. Nem biztathatunk tehát senkit, hogy a fizika tanulása nélkül álljon neki ezen feladatok megoldásának, csupán annyit mondhatunk, hogy a problémákkal való birkózás sikere nem feladatmegoldói rutinon múlik. Akármekkora segítséggel és akármeddig is jut el az Olvasó egy-egy feladatnál, a megoldás megismerése meglepetést és remélhetőleg örömet fog okozni. Biztosak vagyunk benne, hogy némelyik gondolatmenetre azt fogja mondani, hogy „ügyes”, másokra pedig azt: „hű de szép!” Célunk az, hogy minél több megoldási módszerrel, hasznos „trükkel” ismertessük meg az Olvasót, ezzel gyarapítva feladatmegoldói fegyvertárát. Be kell vallanunk, hogy a könyvben találhatóak olyan feladatok is, amelyek hosszabb számolást, felsőbb matematikai módszereket igényelnek, de ezek a problémák is tartogatnak valamilyen meglepetést, rejtett érdekességet, szépséget.

Könyvünket két korábbi feladatgyűjtemény előzte meg. Az egyik előd az 1997-ben konferenciakiadványként megjelent *123 Furfangos Fizika Feladat*, ami sokak számára csak „zöld könyvként” ismert. A másik előzmény az angol nyelven 2001-ben megjelent *200 Puzzling Physics Problems*, amely a „zöld könyv” kibővített változata. Utóbbi kötetnek több fordítása (orosz, kínai és japán) is napvilágot látott. Az azóta eltelt évek során újabb és újabb furfangos feladatok, ínyenc problémák bukkantak fel, amelyek méltó utódai a korábban megjelent társaiknak. Ez késztetett minket arra, hogy egy új kötetben foglaljuk össze a régi feladatok legjavának átdolgozott, kibővített változatait és a hasonló szellemben megírt új problémákat.

A mostani összeállításban szereplő 333 feladatot szubjektív szempontok alapján válogattuk, tematikájuk emiatt igen szerteágazó. Találhatók közöttük saját agyszülemények, de felhasználtuk az idén 120 éves Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok feladatait, a különböző magyarországi és nemzetközi fizikaversenyek (részben átfogalmazott, továbbfejlesztett) problémáit is. Ötleteket merítettünk külföldi fizikai szaklapokból, és beépítettük munkánkba kollégáink javaslatait, észrevételeit is. A hazai és nemzetközi „ötletbörzén" felbukkanó fizikai problémák legnagyobb részéről lehetetlen hitelesen megállapítani, hogy ki a „szülője", eredeti megfogalmazója. Sok feladatot mégis társítani tudtunk bizonyos nevekkel; ezeket (elismerve a tévedés lehetőségét) a kötet végén felsoroltuk. Köszönettel tartozunk nekik és az összes ismeretlen problémaszerzőnek, hogy remek feladatok kitalálásával vagy továbbfejlesztésével hozzájárultak e kiadvány létrejöttéhez.

A könyv feladatainak nehézségi szintje vegyes. Jó részük ajánlható a középiskola alsóbb évfolyamain tanuló, a fizika iránt érdeklődő diákoknak is, más részük viszont a fizika és a matematika magasabb szintű ismeretét tételezi fel. Emiatt ez a példatár olyan természettudományos és műszaki pályát választó egyetemistáknak is hasznos lehet, akik szeretnék a fizika alapjait mélyebben megérteni. A kötet nem titkolt célja, hogy segítse a legtehetségesebb diákok elméleti felkészülését a Nemzetközi Fizikai Diákolimpiákra, hiszen a magyar csapat korábbi, illetve jelenlegi vezetőiként ezekből a feladatokból válogattunk az általunk tartott szakkörökön. Biztosak vagyunk benne, hogy a fizikával hivatásként foglalkozó tanárok, mérnökök, fizikusok is találnak sok kedvükre való csemegét, érdekességet a könyvben. Kívánjuk az Olvasóknak, forgassák élvezettel és haszonnal ezt a gyűjteményt, és ha találkoznak hasonló „furfangos" fizika feladatokkal, kérjük, tegyék közkinccsé!

A kötetet Károlyházy Frigyes emlékének ajánljuk. Mindhárman tőle tanultuk, hogy mitől igazán furfangos és szép egy feladat, valamint hogy a fizika népszerűsítése és a fiatal tehetségek nevelése minden fizikával foglalkozó ember kötelessége.

Budapest, 2014. október *G. P., H. Gy., V. M.*

# Hogyan használjuk ezt a könyvet?

A könyv három nagy részre tagolódik. Az első részben a feladatok szövege található, többé-kevésbé a szokásos *tematikus* felosztás szerint; az eligazodást piktogramok segítik. Bizonyos feladatokról azonban nem lehet egyértelműen eldönteni, hogy pl. a mechanika, a hőtan vagy az elektromágnesség témakörébe tartoznak-e; lehet, hogy mindháromba, esetleg egyikbe se! Ezeket mégis igyekeztünk egyfajta önkényes logika szerint besorolni. Az egyes témakörökön belül a feladatokat nem nehézségük, hanem tárgyuk szerint fűztük egymás után. Sok esetben egy-egy igazán nehéz problémát rávezetésként (didaktikai okokból) egy hasonló témájú, de egyszerűbb példa előz meg.

A problémák legnagyobb részét nem konkrét adatokkal, hanem paraméteres formában fogalmaztuk meg, de előfordulnak számszerű eredményt kérdező feladatok is. Az utóbbiakhoz szükséges természeti, csillagászati és anyagi állandókat a függelékben soroltuk fel. Ugyanitt – tömör formában – megadjuk azokat a *matematikai összefüggéseket*, amelyek a feladatok megoldása során hasznosnak bizonyulhatnak.

A feladatok többsége nem könnyű, némelyik határozottan nehéz. Az Olvasót természetesen arra biztatjuk, hogy próbálja meg önállóan megoldani, kibogozni a problémát. A legnagyobb öröm az lesz, ha ez sikerül! Ha mégsem, ne csüggedjen, hanem lapozza fel a könyv második részének megfelelő oldalát, ahol rövid *útmutatás* található. Az esetek többségében ez segít, bár nem nyújtja a teljes megoldást; a részleteket az Olvasónak kell végiggondolnia. Ha ez sikerül és ellenőrizni akarja gondolatmenete helyességét, vagy ha végképp feladta, és már csak a megoldásra kíváncsi, akkor a harmadik részben megtalálja azt. Vannak olyan problémák is a könyvben, amelyek még az itt közölt megoldással sem tekinthetők lezártnak. A továbbgondolásra érdemes pontokra, irányokra – ahol ilyenek vannak – a megoldás végén (megjegyzés formájában) utalunk.

A rokon problémák (melyek megoldása hasonló gondolatmenetet igényel) általában egymás után következnek. Ha valamelyik feladat egy távolabbi sorszámú problémával hozható kapcsolatba, erre a tényre utalunk az útmutatásban vagy a megoldásban. A nehéz vagy különösen nehéz gondolatot igénylő feladatokat a sorszámuknál egy vagy két *csillaggal* is megjelöltük.

Ez a könyv *nem könnyű* olvasmány. A fiatal Olvasók könnyen találkozhatnak olyan matematikai vagy fizikai ismereteket igénylő feladatokkal, amelyekkel még nem rendelkeznek. Nekik a „lineáris” olvasás helyett azt tanácsoljuk, hogy nyugodtan csemegézzenek, válogassanak a problémák közül kedvükre valót, és a nehezebb feladatokra majd később, tanulmányaik előbbre haladtával térjenek vissza.

# Jelölések

| | |
|---|---|
| $\boldsymbol{a}$ | vektormennyiség |
| $a = \lvert\boldsymbol{a}\rvert$ | az $\boldsymbol{a}$ vektor hossza |
| $\Delta f$ | az $f$ fizikai mennyiség megváltozása |
| $f'(x) \equiv \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ | az $f(x)$ függvény deriváltja |
| $\dot{f}(t) \equiv \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$ | az $f(t)$ fizikai mennyiség változási gyorsasága |
| $t, T$ | idő, periódusidő |
| $\boldsymbol{r}$ | helyvektor |
| $\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}}$ | sebességvektor |
| $\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = \ddot{\boldsymbol{r}}$ | gyorsulásvektor |
| $\boldsymbol{g}$ | nehézségi gyorsulás |
| $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega}$ | szögsebességvektor |
| $m$, $M$ | tömeg |
| $F, N, K, S$ | erő, nyomóerő, kényszererő, súrlódási erő |
| $M$ | forgatónyomaték |
| $\boldsymbol{p}$ | lendület (impulzus) |
| $\boldsymbol{N}$ | perdület (impulzusmomentum) |
| $\Theta$ | tehetetlenségi nyomaték |
| $\alpha$ | felületi feszültség |
| $\gamma$ | gravitációs állandó |
| $\varrho$, $\lambda$ | tömegsűrűség, vonalmenti sűrűség |
| $\sigma$ | rugalmas feszültség |
| $\mu$ | súrlódási tényező |
| $D$ | rugóállandó |
| $f$ | frekvencia |
| $\omega$ | körfrekvencia |

| | |
|---|---|
| $\lambda$ | hullámhossz |
| $E$ | Young-modulus |
| $L$ | fázisátalakulási hő (fagyáshő, forráshő) |
| $Q$ | hőmennyiség |
| $W$ | munka |
| $P$ | teljesítmény |
| $E$, $W$ | energia |
| $T$ | hőmérséklet |
| $S$ | entrópia |
| $c$, $C$ | fajhő, hőkapacitás |
| $q$, $Q$ | elektromos töltés |
| $I$ | elektromos áramerősség |
| $R$ | ellenállás |
| $C$ | kapacitás |
| $L$ | önindukciós együttható |
| $M$ | kölcsönös indukciós együttható |
| $\lambda$, $\sigma$, $\varrho$ | vonalmenti, felületi és térfogati töltéssűrűség |
| $\boldsymbol{p}$ | elektromos dipólnyomaték |
| $\boldsymbol{m}$ | mágneses dipólnyomaték |
| $\boldsymbol{E}$ | elektromos térerősség |
| $\boldsymbol{B}$ | mágneses indukcióvektor |
| $A$, $\Delta A$ | felület, felületelem |
| $U$ | elektromos potenciál, feszültség |
| $\Psi$ | elektromos fluxus |
| $\Phi$ | mágneses fluxus |

# Feladatok

## Kinematika

**F. 1.*** Négy csiga már igen hosszú ideje egyenes vonalban, egyenletesen mozog egy nagyon nagy sík felületen. Útvonalaik elhelyezkedése teljesen általános, vagyis bármelyik kettő pályája metszi egymást, de semelyik ponton nem halad át kettőnél több csiga-útvonal.

Tudjuk, hogy a 4 csiga összesen elképzelhető $4 \cdot 3/2 = 6$ találkozása közül 5 már ténylegesen megvalósult. Állíthatjuk-e biztosan, hogy a hatodik találkozás is létre fog jönni?

**F. 2.*** Két egyenletesen mozgó test pályája egy adott vonatkoztatási rendszerből nézve párhuzamos.

*a*) Tudunk-e olyan vonatkoztatási rendszert választani, amelyből szemlélve a két test pályája keresztezi egymást?

*b*) Ha van ilyen rendszer, és megfelelő kezdőfeltétellel indulnak a testek, akkor egyszerre érnek a kereszteződési ponthoz. Hogyan egyeztethető össze ez a találkozás a másik vonatkoztatási rendszerből nézve párhuzamos pályákkal?

(Mindkét vonatkoztatási rendszer inerciarendszer, a testek sebessége nemrelativisztikus.)

**F. 3.** Anna egy 6 méter sugarú, egyenletesen forgó körhinta szélén ül. Béla a körhinta középpontjától 12 méterre a földön áll. Béla úgy látja, hogy Anna éppen feléje mozog 1 m/s sebességgel. Mekkora sebességgel látja ekkor mozogni Anna Bélát?

**F. 4.** Három kicsi csiga egy 60 cm oldalú szabályos háromszög egy-egy csúcspontjában helyezkedik el. A csigák 5 cm/perc nagyságú sebességgel elindulnak: az első csiga a második felé, a második a harmadik felé, a harmadik pedig az első irányába. A csigák mozgásuk közben mindvégig állandó nagyságú sebességgel a kiszemelt társ irányába haladnak.

Mennyi idő múlva és mekkora út megtétele után találkoznak? Hogyan írhatjuk le a pályájuk egyenletét? Mozgásuk során hányszor járják körül a találkozási pontjukat?

**F. 5.** Egy csónak állóvízben 3 m/s sebességgel képes haladni. Folyón átkelve a parthoz képest milyen irányban evezzen a csónakos, ha a lehető legrövidebb úton akar átjutni az egyik partról a másikra? A folyó sebessége mindenhol ugyanakkora, értéke

*a*) 2 m/s,

*b*) 4 m/s.

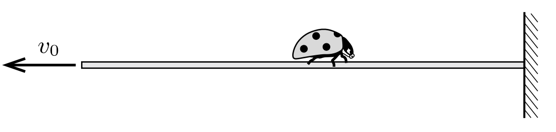
**F. 6.*** Egyenes, állandó szélességű csatorna egyik oldaláról a szemben lévő pont felé indul egy csónakos. A csatorna vize mindenhol $v$ sebességű. A csónakos egyenletesen evez úgy, hogy állóvízben szintén $v$ sebességgel haladna. Csónakját mindig a célpont irányába állítja, így a víz lefelé sodorja. Szerencsére sose fárad el. Mennyire sodorja le a víz a csónakost? Hová jut el? Milyen pályán mozog a parthoz viszonyítva?

**F. 7.*** Egyenes tengerparton, a partra merőleges irányban indul el, és állandó $v$ sebességgel halad a csempészek hajója. A parti őrség naszádja kezdetben $d$ távolságra van a csempészektől, és ugyanakkor indul el a parttól, mint azok. Az őrnaszád állandó nagyságú sebességgel mindig a csempészek felé halad, és a parttól éppen $d$ távolságra éri utol a bűnözőket.

Hányszor nagyobb a parti őrség naszádjának sebessége, mint a csempészeké?

**F. 8.*** Alaszkai *aranyásók* népes csoportja egy széles folyóhoz érkezik. A túlsó parton – éppen szemben – egy hatalmas *aranyrögöt* pillantanak meg. Amelyikük először ér oda, az kapja meg a bányaművelés jogát. Milyen útvonalat válasszon Joe, ha ugyanolyan gyorsan tud evezni a vizen, mint gyalogolni a szárazföldön? Határozzuk meg Joe legkedvezőbb útvonalát, ha sebességének és a folyó sebességének aránya az *aranymetszés* arányszámánál *a*) nagyobb, *b*) kisebb.

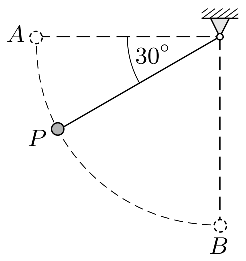
**F. 9.** Egy méter hosszú, „szupernyúlékony" pókhálószál egyik végét függőleges falhoz erősítette egy pók. A szálon valahol egy szegett szárnyú katicabogár ül. A szál másik végét egyenletes $v_0 = 2$ cm/s sebességgel húzni kezdi az éhes pók, miközben ő maga nem mozdul el eredeti helyéről. Ugyanekkor a katica menekülni kezd a fal felé, a szálhoz képest állandó $v_1 = 5$ mm/s sebességgel. Vajon eléri-e a katica a falat?




**F. 10.*** Hogyan módosul az *előző feladat* megoldása, ha a pók nem marad ugyanazon a helyen, hanem a pókhálószál végével együtt mozog?

**F. 11.** Egy $\alpha$ hajlásszögű lejtő feletti $P$ pontból a lehető legrövidebb idő alatt szeretnénk elérni a lejtőt úgy, hogy a ponton keresztül egyeneseket fektetünk, melyeken súrlódásmentesen mozoghatunk. Milyen irányú egyenes a legkedvezőbb?

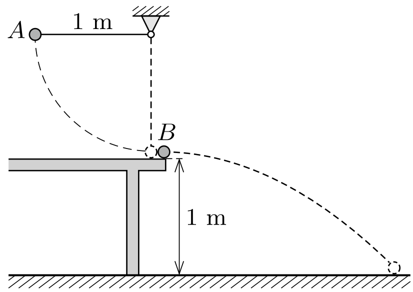
**F. 12.** Egy falióra nagymutatója másfélszer hosszabb, mint a kismutató. Éjfél után leghamarabb mikor változik a falióra mutatóinak végpontjai közötti távolság a leggyorsabban, és mikor a leglassabban?




**F. 13.** Egy vízszintesen kitérített fonálingát lökés nélkül elengedünk. Milyen görbén söpör végig az inga gyorsulásvektorának végpontja?

**F. 14.** Fonálingát derékszögben kitérítünk, majd lökés nélkül elengedünk. Az *ábra* szerinti $AP$ vagy $PB$ szakaszt teszi meg az inga rövidebb idő alatt?

**F. 15.** Egy 1 méter magas asztal szélén kicsiny acélgolyó nyugszik. Egy másik acélgolyót, amely egy 1 m-es fonálinga nehezéke, az *ábrán* látható módon kezdősebesség nélkül indítva nekiütköztetjük az asztalon levőnek. A golyók tömege egyforma, ütközésük rugalmas.

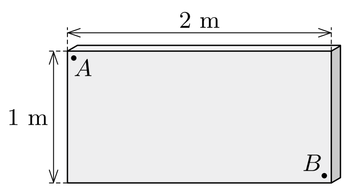



*a*) Melyik golyó mozog hosszabb ideig?

*b*) Melyik golyó tesz meg hosszabb utat?

(A $B$ jelű golyó mozgását csak a földet érés pillanatáig vizsgáljuk.)

**F. 16.** Egy függőlegesre állított rajztáblába szögeket verünk. Az *ábrán* látható $A$ pontból elejtünk egy kicsiny acélgolyót, amely a szögeken rugalmasan pattogva eljut a $B$ pontba. (Az ábrán a szögek nem láthatók!)




*a*) Lehetséges-e, hogy a golyó hamarabb jut el az $A$ pontból a $B$ pontba, mintha a legrövidebb úton, vagyis az $AB$ egyenesen súrlódásmentesen csúszott volna?

*b*) Eljuthat-e a golyó 0,4 másodpercnél hamarabb a $B$ pontba?

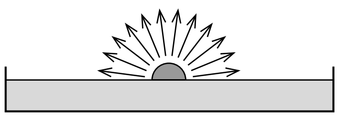
**F. 17.** Egy hosszú, a vízszinteshez képest $\alpha$ hajlásszögű lejtőre bizonyos magasságból függőlegesen ráejtünk egy kicsiny, rugalmas labdát. Milyen szabályszerűséget találhatunk a labda egymást követő pattanási helyeinek távolsága között? (Az ütközéseket tekintsük tökéletesen rugalmasnak, és a közegellenállást hanyagoljuk el!)

**F. 18.** A $v_0$ kezdősebességgel ferdén elhajított test légüres térben (pl. a Holdon) parabolapályán mozog. Milyen messze van ennek a parabolának a fókuszpontja az elhajítás helyétől? Hány fokos hajítási szög esetén van a fókuszpont az elhajítás helyével azonos magasságban?

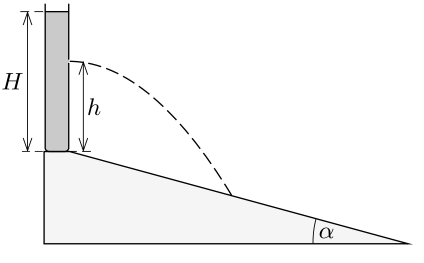
**F. 19.*** Egy $h$ magas toronyból adott $v_0$ nagyságú kezdősebességgel különböző irányokba hajíthatunk el pontszerű testeket. Legfeljebb mekkora (vízszintesen mért) távolságra juthatnak el a testek, ha a légellenállás nem számottevő?

**F. 20.*** Milyen meredeken hajíthatunk el egy követ, ha azt szeretnénk, hogy a kő mindvégig távolodjon tőlünk?

**F. 21.*** Képzeljünk el egy szökőkutat, amelynek kicsiny szórófeje a szökőkút medencéjének vízfelszínén található. A szórófej félgömb alakú, amin nagyon sok, egyenletesen elosztott kicsiny lyuk van, melyeken minden irányban ugyanakkora sebességgel lövell ki a víz. Milyen alakú lesz a kiáramló vízsugarakból képződő vízbura? (Feltehetjük, hogy a vízsugarak nem találkoznak.)



**F. 22.*** Egy hosszú, $\alpha$ hajlásszögű lejtő tetején álló henger alakú edényben $H$ magasságban áll a víz. Az edény aljához képest milyen $h$ magasságban kell lyukat fúrnunk a henger oldalán, ha azt akarjuk, hogy a kilövellő vízsugár a lehető legtávolabb érje el a lejtőt, és mekkora ez a távolság?




**F. 23.*** A földön egy 20 cm átmérőjű fatörzs fekszik vízszintes helyzetben. Legalább mekkora sebességgel kell elrugaszkodnia egy szöcskének a földről, hogy át tudja ugrani a fatörzset? (A légellenállást hanyagoljuk el!)

**F. 24.** Oldalról fényképezzük az előttünk elhaladó kerékpár első kerekét. A véges expozíciós idő miatt a küllők elmosódottnak látszanak. Vannak azonban a képen élesen látszó pontok is! Hol vannak ezek a pontok? (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a kerékpár küllői sugárirányúak.)

**F. 25.*** Milyen egy kerékpár küllős kerekének képe a célfotón? A célfotó úgy készül, hogy a célvonal nagyon keskeny sávjáról nagyon sűrűn egymás után elektronikus kamerával felvételeket készítenek, majd ezeket egymás mellett, a kerékpár várható haladási sebességének megfelelő távolságban helyezik el. (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a kerékpár küllői sugárirányúak.)

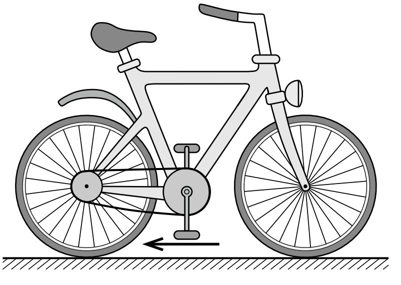
**F. 26.**** Egy 50 cm sugarú kocsikeréknek 12 küllője van. A kerék tisztán gördül, tengelyének sebessége 15 m/s. Legalább mekkora sebességgel kell kilőnünk egy 20 cm hosszú nyílvesszőt, hogy az a küllők között átrepülhessen? (A nyílvessző függőleges mozgását és a küllők vastagságát elhanyagolhatjuk.)

**F. 27.*** A járdán állva éppen csak annyira fogjuk a kerékpárunkat, hogy az ne tudjon eldőlni. A pedál hajtókarja függőleges. Barátunk a kerékpár mellett térdelve az alsó helyzetében levő pedált a kezével a hátsó kerék irányába kezdi tolni.

*a*) Merrefelé mozdul el az alsó helyzetű pedál a talajhoz képest?

*b*) Merre indul el a kerékpár?

(A súrlódás elegendően nagy ahhoz, hogy a hátsó kerék ne csússzon meg.)



# Tömegpontok dinamikája

**F. 28.** Vízszintes asztallap szélén áll egy „kis micsoda”. Meglökjük úgy, hogy eljusson az 1 méter széles asztal túlsó széléig. El is jut oda 2 másodperc alatt. Van-e kereke ennek a kis micsodának?

**F. 29.** Ha egy versenyautó bizonyos idő alatt $x$ liter üzemanyag felhasználásával álló helyzetből 100 km/óra sebességre gyorsul, akkor további $3x$ liter benzin felhasználásával növelheti sebességét 200 km/órára. Mindezt a rajtnál álló egyik néző, Péter számolta ki, aki megtanulta fizikaórán, hogy a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos. (Feltételezte, hogy a rajtnál a motor által leadott energia főként az autó mozgásba hozására fordítódik, a légellenállást és egyéb súrlódásokat elhanyagolta.)

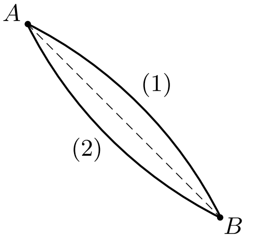
A versenypálya mellett egy vasútvonal vezet. A rajtot egy – az autóversenyzők haladási irányával ellentétesen haladó – 100 km/óra sebességű vonat ablakából végignézte Pál is, aki szintén tanult fizikát. Ő így érvelt: ha az első szakaszban $x$ liternyi üzemanyag elhasználásával a sebesség 100-ról 200 km/órára nőtt, akkor a második szakaszban a 200-ról 300 km/órára felgyorsuló autónak

$$\frac{300^2 - 200^2}{200^2 - 100^2} = \frac{5}{3}x$$

litert kell fogyasztania.

Vajon kinek van igaza, Péternek vagy Pálnak?

**F. 30.** Egy kis test az ábrán látható két lejtőn csúszhat le az $A$ pontból a $B$ pontba. A pályák függőleges síkban fekvő körívek, amelyek szimmetrikusak az $A$ és $B$ pontokon átmenő, a vízszintessel 45°-os szöget bezáró egyenesre. (A test mozgása során sehol nem válik el a pályától.)

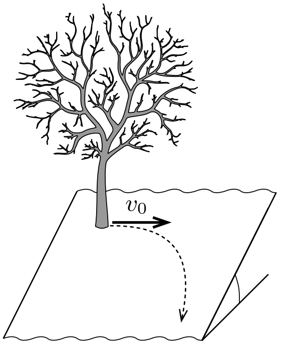



*a*) Melyik pályán ér le hamarabb a kis test, és mit mondhatunk a végsebességekről, ha nincs súrlódás?

*b*) Mit állíthatunk a végsebességekről akkor, ha a súrlódás nem hanyagolható el, és a súrlódási együttható mindkét pályán ugyanakkora?

**F. 31.*** Nagy kiterjedésű, síknak tekinthető lejtős domboldalon áll két fiú. A talaj annyira jeges, hogy már a legkisebb lendületvétel után egyenletes sebességgel csúsznának lefelé.

Az egyikük (egy fához kapaszkodva) tréfából $v_0 = 1$ m/s *vízszintes* kezdősebességgel meglöki a társát, aki változó nagyságú és változó irányú sebességgel lecsúszik a lejtőn. Mekkora lesz a végsebessége, ha a légellenállás elhanyagolható, és a súrlódás független a sebességtől?




**F. 32.** Egy kerékpáros „teljes erőbedobással” lejtőn felfelé $v_1 = 12$ km/h, ugyanezen lejtőn lefelé $v_2 = 36$ km/h sebességgel tud haladni. Mekkora a kerékpáros legnagyobb sebessége vízszintes úton, ha a maximális erőkifejtése független a sebességétől?

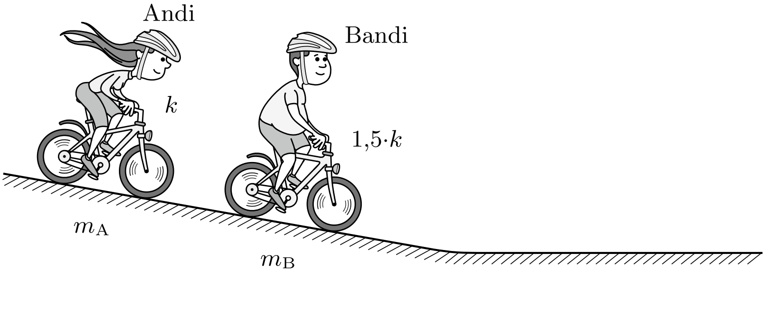
A kicsit pongyolán megfogalmazott „erőkifejtés” szó egy fizikus értelmezésében jelentheti

*a*) a kerékpáros által kifejtett (és azt a hajtókarok, a lánckerekek és a lánc által a kerekekhez továbbított) *erő nagyságát*;

*b*) a kerékpáros mechanikai *teljesítményét*.

Gondoljuk végig a feladatot mindkét értelmezésben!

**F. 33.*** Andi és Bandi „gurulásos versenyt” rendeznek egy elegendően hosszú lejtőn. Mindkettőjük biciklije ugyanolyan, és egyikük sem hajtja a kerékpárját. Andi 50 kg, Bandi 100 kg tömegű, a kerékpár tömege pedig 10 kg. Bandi légellenállása (a túlsúlyával összefüggő nagyobb „mérete” miatt) másfélszer akkora, mint – ugyanakkora sebesség esetén – Andié. Melyikük gurul messzebbre a lejtőhöz csatlakozó vízszintes úton?




(Feltételezhetjük, hogy a kerékpárosokat a sebesség négyzetével arányos közegellenállási erő, továbbá a csapágyak súrlódása és a gördülő ellenállás fékezi. Az utóbbiakat kezelhetjük úgy, mintha valamekkora $\mu$ „effektív” súrlódási együtthatónak megfelelő csúszó súrlódás lépne fel.)

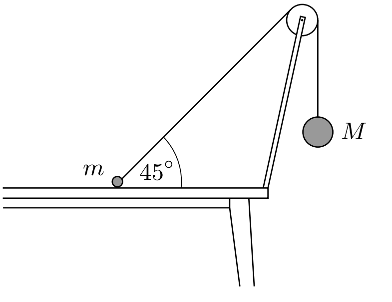
**F. 34.** Ostornyél egyik végére vékony cérnaszálon elenyésző tömegű tollpihét kötünk, és körbeforgatjuk. Milyen pályán mozog a pihe?

**F. 35.** Egy apró gyöngy mozgását vizsgáljuk vízben. A gyöngyöt a sebességével ellentétes irányú, annak nagyságával arányos (Stokes-féle) közegellenállási erő fékezi, ezért ha a gyöngyöt a víz alatt kezdősebesség nélkül elengedjük, az rövid idő után állandó $v_1$ sebességgel süllyed. Egy kísérletben a gyöngyöt $v_2$ nagyságú, vízszintes irányú sebességgel indítjuk el.

*a*) Mekkora lesz mozgása során a gyöngy legkisebb sebessége?

*b*) Milyen irányban indítsuk $v_2 < v_1$ sebességgel a gyöngyöt, hogy sebessége végig növekedjen?

**F. 36.** Az $m$ és $M$ tömegű, gömb alakú testeket elhanyagolható tömegű csigán átvetett súlytalan fonál köti össze. A két testet az *ábrán* látható helyzetben tartjuk, és egy adott pillanatban mindkettőt elengedjük. Az $M$ tömeg sokkal – pl. ezerszer – nagyobb, mint $m$. Az asztallap és az $m$ tömegű test között a súrlódás elhanyagolható. Elválik-e az elengedést követő pillanatban az $m$ tömegű test az asztallaptól?

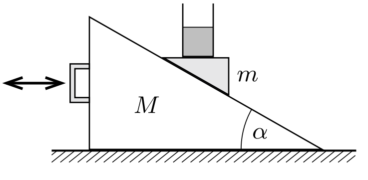



**F. 37.*** Egy $\alpha$ hajlásszögű, nagyméretű lejtőn súrlódásmentesen csúszik le egy ék, melyen egy (az ékhez rögzített) pohár, abban pedig víz található. (A lejtő tömege $M$, az ék, a pohár és a víz együttes tömege pedig $m$.) Milyen szöget fog bezárni a vízfelszín (kellően hosszú idő múlva) a lejtő síkjával, ha

*a*) a lejtő rögzített,

*b*) a lejtő szabadon mozoghat egy vízszintes síklapon?

Vizsgáljuk meg az $m \gg M$ esetet is!




Ki tudjuk-e lötyögtetni a vizet a pohárból, ha a lejtőt a hozzáerősített fogantyúnál fogva alkalmas ütemben és mértékben vízszintesen megrázzuk? (Az ék nem emelkedik fel a lejtőről.)

**F. 38.** Határozzuk meg *fizikai megfontolások* felhasználásával néhány ismert síkgörbe görbületi sugarát a görbék jellegzetes pontjaiban, mint például

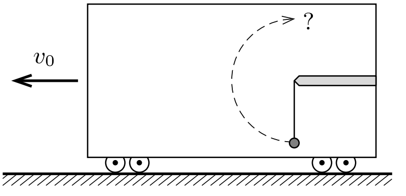
*a*) egy $f$ fókusztávolságú parabola görbületi sugarát a csúcspontjában;

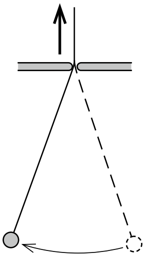
*b*) $a$ és $b$ féltengelyű ellipszis görbületi sugarát a nagytengely végpontjában;

*c*) a hiperbola görbületi sugarát a szimmetriatengelyének pontjaiban;

*d*) egy $A$ amplitúdójú, $\lambda$ hullámhosszúságú szinuszgörbe görbületi sugarát a hullám „tetőpontjában”.

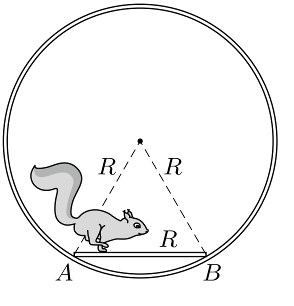
**F. 39.** Vonatszerelvények ütközését vizsgáló próbapályán $v_0$ sebességgel haladó vasúti kocsiban hajlékony fonálon súlyos test függ. A kocsit bizonyos ideig igen erősen, de egyenletesen fékezve megállítják. Átfordul-e az inga a felső holtpontján?



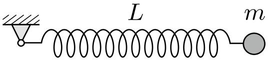



**F. 40.*** Egy fonálinga a mennyezetről lóg le, és a fonala egy lyukon keresztül felmegy a padlásra. Ott valaki a kezével tartja és nagyon lassan felfelé húzza a fonál végét. Megváltozik-e az inga lengéseinek amplitúdója (legnagyobb vízszintes kitérése), és ha igen, hogyan?

**F. 41.** Egy rögzített tengely körül könnyen forgó $R$ sugarú mókuskerékbe $R$ hosszúságú létrát szereltünk. Egy olyan pillanatban, amikor a kerék éppen nyugalomban van és a létra vízszintes, a mókus elindul az $A$ pontból, és úgy fut át a létrán a $B$ pontba, hogy közben a kerék mozdulatlan marad. Hogyan kell a mókusnak mozognia? Mennyi idő alatt fut át a létrán, ha $R = 0{,}5$ méter?



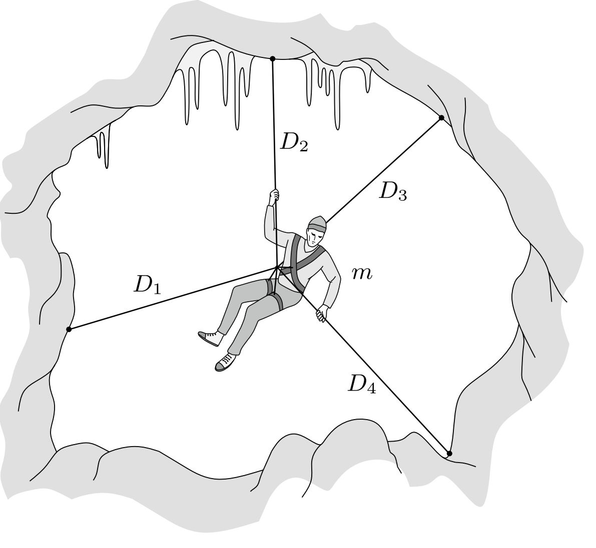

**F. 42.*** Egy könnyű, laza rugó egyik végét csuklósan rögzítjük, a másik végére pedig egy $m$ tömegű testet erősítünk, majd a rugót nyújtatlan állapotában, vízszintes helyzetből elengedjük.



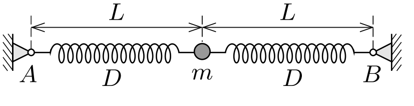

Mekkora lesz a rugó hossza abban a pillanatban, amikor éppen függőleges helyzetű? (A rugó nyújtatlan hossza $L$, direkciós állandója $D$. A rugó „lazasága” annyit jelent, hogy $mg \gg DL$. A rugóerő mindvégig arányos a megnyúlással.)

**F. 43.*** Egy cirkuszi artistából lett sziklamászó ideális pihenőhelynek látszó barlanghoz érkezik. Úgy dönt, hogy egy-egy különlegesen nyúlékony gumikötéllel a sziklafalba erősített négy kampóhoz kapcsolja magát, és így tölti az éjszakát. A gumikötelek eredeti hossza a megnyúlt hosszhoz képest elhanyagolható, rugalmas viselkedésük a $D_1 = 150$ N/m, $D_2 = 250$ N/m, $D_3 = 300$ N/m és $D_4 = 400$ N/m rugóállandókkal jellemezhető. A sziklamászó tömege $m = 70$ kg.

Mekkora a sziklamászó egyensúlyi helyzet körüli kis rezgéseinek periódusideje, és függ-e a kitérés irányától?




**F. 44.** Egy $m$ tömegű test vízszintes síkban súrlódásmentesen mozoghat. A testet két egyforma, $D$ rugóállandójú rugóval az *ábrán* látható $A$ és $B$ pontokhoz kapcsoltuk. Ekkor a rugók nyújtatlanok, hosszuk $L$.




*a*) Mekkora erő hat a testre, ha az $AB$ szakaszra merőlegesen $x$ távolsággal kitérítjük? Hogyan közelíthető ez az erő kis kitérések esetén?

*b*) Mekkora a rezgésidő 2 cm-es amplitúdó esetén, ha 1 cm-es amplitúdónál a rezgés periódusideje 2 s, és $AB \gg 1$ cm?