Tartalomjegyzék

Előszó 13

I. Részecskefizikai fenomenológia 19

1. Részecskék és szimmetriák 19
   1.1. Szimmetriák a részecskefizikában 19
   1.2. Szimmetriacsoportok és perdület 20
   1.3. Fermionok és bozonok 21
   1.4. Koordinátatükrözés: paritás 23
   1.5. Töltéstükrözés 25
   1.6. CPT-invariancia 25
   1.7. Izospin és ritkaság 26
   Feladatok 28

2. Kvarkmodell 29
   2.1. Színes kvarkok 29
   2.2. Színkölcsönhatás, kvantum-színdinamika 30
   2.3. Emlékeztető: a perdületek összegzése 31
   2.4. A legkönnyebb mezonok 31
   2.5. Mezon-nonett (íz-$SU(3)$) 31
   2.6. Alapállapotú barionok 34
   2.7. Barion-multiplettek 35
   2.8. A három fermioncsalád 35
   Feladatok 37

3. Dirac-egyenlet 39
   3.1. Kovariáns formalizmus 39
   3.2. Gamma-mátrixok 40
   3.3. Spinorok bilineáris szorzatai 40
   3.4. Szabad fermion 41
   3.5. Lagrange-függvény és mozgásegyenlet 42
   3.6. A fermionáram megmaradása 42
   3.7. Izospin-algebra és -megmaradás 43
   3.8. Proton mint kvarkatom 44

Feladatok 45

4. Kölcsönhatások 47
4.1. Háromféle kölcsönhatás 47
4.2. Elektromágneses kölcsönhatás 48
4.3. Kvantum-elektrodinamika (QED) 49
4.4. Mandelstam-változók 50
4.5. Erős kölcsönhatás 53
4.5.1. Színtöltés 53
4.5.2. Magerők 53
4.5.3. Lokális $SU(3)$ invariancia 54
4.5.4. Gluonok 54
4.6. Elektrogyenge kölcsönhatás 56
4.7. Elemi bozonok 58
Feladatok 59

II. Kísérleti módszertan 63

5. Részecskegyorsítók 63
5.1. Mágnesek: terelés és fókuszálás 64
5.2. Részecskegyorsítás 64
5.3. Ütközőnyalábok 65
5.4. Fluxus és luminozitás 65
5.5. Nyalábhűtés 66
5.6. A CERN gyorsítókomplexuma a LEP időszakában 66
5.6.1. Elektronok és pozitronok 67
5.6.2. Protonok 69
5.6.3. Nehéz ionok 69
5.6.4. Antiprotonok 69
5.7. Más gyorsítók 69
5.7.1. A Fermilab Tevatronja 70
5.7.2. HERA DESY-ben 70
5.7.3. RHIC a Brookhaveni Nemzeti Laboratóriumban 70
5.8. A CERN gyorsítóberendezései az LHC időszakában 71
5.8.1. LHC, a Nagy Hadronütköztető 71
5.8.2. Neutrínók 73
5.8.3. Antiprotonok 73
Feladatok 76

6. Detektorok, kalorimetria 77
6.1. Kalorimetria 77
6.2. Energiaveszteség anyagban 78
6.3. Részecskék azonosítása 81
6.4. Detektortípusok 82

6.4.1. Sokszálas kamrák 82
6.4.2. Szcintillációs detektorok 83
6.4.3. Zápordetektor 84
6.4.4. Cserenkov-detektor 85
6.4.5. Átmeneti sugárzás 86
6.5. A CMS (Compact Muon Solenoid) detektor 86
Feladatok 87

7. Eseményregisztráció 89
7.1. LEP-események 90
7.2. Merőleges lendület, (pszeudo)rapiditás 91
7.3. A t-kvark megfigyelése 92
7.4. Rejtélyes események 93
Feladatok 93

8. Adatelemzés 95
8.1. A részecskefizikusok statisztikus módszerei 95
8.2. A statisztikus analízis alapfogalmai 97
8.3. Paraméterillesztés 98
8.3.1. Az illesztés jósága 98
8.3.2. Konfidenciaszint 99
8.4. Paraméterek becslése (illesztése) 100
8.4.1. Számtani közép és standard deviáció 100
8.4.2. Lineáris illesztés 101
8.4.3. Nemlineáris illesztés 102
8.5. Bizonytalanságok 103
8.6. Alsó-felső határ 105
8.7. Monte-Carlo-szimuláció 106
8.8. Eseményválogatás 106
Feladatok 107

III. Alapvető kísérletek 111

9. A kvarkmodell kísérleti ellenőrzése 111
9.1. Amit mérünk 111
9.1.1. Hatáskeresztmetszet 111
9.1.2. Rezonancia 112
9.2. Három leptoncsalád 113
9.2.1. Z-szélesség 113
9.2.2. Láthatatlan szélesség és családok 114
9.3. Kvarkok és gluonok: hadronzáporok 115
9.4. Tört töltésértékek 116
9.4.1. Semleges vektormezonok 116
9.4.2. Pionszóródás 116
9.5. Színek 117

Feladatok 118

10. Paritássértés, kaon, müon 121
10.1. Paritássértés 121
10.1.1. A $\tau - \Theta$ paradoxon 121
10.1.2. Wu kísérlete 121
10.1.3. Paritássértés pionbomlásban 122
10.1.4. Müonspin-rotáció (μSR) 123
10.2. A müon anomális mágneses momentuma 124
10.2.1. $(g-2)_\mu$: nemrelativisztikus mérés 125
10.2.2. $(g-2)_\mu$ relativisztikus müonokkal 125
10.2.3. $(g-2)_\mu$ mágikus lendülettel 126
Feladatok 127

11. Kaonok és CP-sértés 129
11.1. Kaonok 129
11.2. Semleges kaonok 130
11.2.1. Kaonrezgés 131
11.3. CP-sértés 132
Feladatok 134

12. Neutrínók 137
12.1. A neutrínók megfigyelése 137
12.1.1. Gyenge áramok 137
12.1.2. A neutrínók tömege 138
12.2. Neutrínós rejtélyek 139
12.2.1. A Nap neutrínói 139
12.3. A neutrínó ízrezgése 140
12.3.1. Fenomenológia 140
12.3.2. A Szuper-Kamiokande-kísérlet 141
12.3.3. A SNO-kísérlet (1999–2003) 142
12.3.4. Steril neutrínók? 143
12.3.5. Nagy távolságú neutrínókísérletek 144
12.4. A neutrínóknak tömege van 145
Feladatok 146

13. A Higgs-bozon 147
13.1. A Higgs-bozon keresése 147
13.2. Kizárás a LEP-nél 149
13.3. Megfigyelés az LHC-nál 150
13.3.1. A sajtó reakciói 152
13.3.2. A megfigyelések 153
13.3.3. Az valóban a Higgs-bozon? 153
13.4. A vákuum stabilitása 154
13.5. BEH-tér és infláció 156
Feladatok 157

14. Nehézion-fizika 159
14.1. Hadronzápor-kioltás 161
14.2. Nehézion-fizika az LHC-nál 161
Feladatok 162

15. Gyakorlati alkalmazás 163
15.1. Informatika 163
15.1.1. Világháló 163
15.1.2. Számítógépes gridhálózat 164
15.1.3. Számítógépes szimuláció 164
15.2. Sugárzás 164
15.3. Részecskegyorsítók 165
15.4. Orvosi diagnosztika 165
15.5. Terápia besugárzással 166
15.6. Teleterápia 167
15.7. Neutronterápia 168
15.8. Összegzés 168
Feladatok 168

16. Színes ábrák 169

IV. Az elemi részek standard modellje 203
Előszó az elméletet tárgyaló részhez 203

17. Mértékelméletek a standard modellben 205
17.1. A standard modell mértékcsoportja 205
17.2. A QED alapjai 206
Feladatok 210
17.3. Hatáskeresztmetszet 211
Feladatok 214
17.4. Kvantum-színdinamika 214
Feladatok 218
17.5. A színalgebra alapjai 219
Feladatok 221
17.6. Tudunk mindent? 222
17.7. A klasszikus Lagrange-függvény szimmetriái 224
17.8. $SU(N)$ amplitúdók fagráf-közelítésben 228
17.9. Spinorhelicitás-formalizmus 229
Feladatok 233

18. Elektron-pozitron szétsugárzása hadronokba 235
18.1. Elektron-pozitron szétsugárzás értelmezése a perturbációszámításban 235

18.2. A QCD ultraibolya-renormálása 236
Feladatok 242
18.3. A futó csatolás 242
Feladatok 247
18.4. A kvarkok tömege és QCD kvarktömegek nélkül 248
18.5. A renormálás és a renormálásicsoport-egyenlet következményei 250
Feladatok 252
18.6. $R_{e^+e^-}$ NLO-pontossággal 252
18.6.1. Virtuális korrekció 252
18.6.2. Valós korrekció négy téridő-dimenzióban 259
18.6.3. Valós korrekció tetszőleges téridő-dimenzióban 261
Feladatok 266
18.7. A szingularitások fizikai okai 268
18.7.1. Alakváltozók 269
Feladatok 270
18.7.2. Záporalgoritmusok 271
Feladat 276
18.8. $\left|\mathcal{M}_n\right|^2$ faktorizációja a lágygluon-kibocsátás határesetében 276
18.9. Faktorizáció a párhuzamos határesetben 278
Feladatok 281
18.9.1. A valós korrekciók regularizációja levonással 282

19. Mélyen rugalmatlan lepton-proton ütközések 285
19.1. Az ütközések kinematikája 285
19.2. A céltárgy szerkezetének parametrizációja 286
19.3. DIS a partonmodellben 287
Feladat 288
19.4. A proton szerkezetének meghatározása 289
Feladat 290
19.5. A feljavított partonmodell: perturbatív QCD 290
Feladat 293
19.6. Faktorizáció a DIS-ben 293
Feladat 294
19.7. DGLAP-egyenletek 295
Feladat 298

20. Hadronütközések 299
20.1. A faktorizációs tétel 299
20.2. Elégedettek vagyunk? 301
20.3. Események modellezése 301
20.4. Összefoglalás 303

21. Elektrogyenge kölcsönhatás a standard modellben 305
21.1. Weinberg-keveredés 305
Feladat 308
21.2. U(1) Brout–Englert–Higgs-mechanizmus 309
21.3. BEH-mechanizmus a standard modellben 312
Feladatok 315
21.4. A Glashow–Iliopoulos–Maiani-mechanizmus 315
21.5. A fermionok tömegei 316
Feladatok 317
21.6. Ízek keveredése 318
Feladatok 320
21.7. A standard modell paraméterei és Feynman-szabályai 321
Feladatok 324
21.8. Neutrínók keveredése és ízrezgése 325
Feladat 333
21.9. Anomáliák kiejtése 334
Feladat 338
Zárszó 339
Irodalomjegyzék 341

Előszó

MOTTÓ:

– Olvasd föl – parancsolta a Király a fehér Nyuszinak.
A fehér Nyuszi feltette pápaszemét.
– Hol kezdjem, felség? – kérdezte.
– Kezdd a kezdetén – mondta a Király –, és leghelyesebb, ha a végén végzed.

Lewis Carroll: Alice Csodaországban
(Kosztolányi Dezső fordítása)

A Természet tanulmányozásának egyik alapvető módszere az anyag szerkezetének egyre mélyebb, azaz egyre kisebb részletekre terjedő tanulmányozása, ami egyre kisebb méretű dolgok vizsgálatát jelenti. A természettudományok történetében egyre újabb részecskék jelentek meg, amelyeket *eleminek* gondoltunk: Anaximenesz és Demokritosz négy *atomja* (*a-tom: osztha-tatlan*), *atomok/elemek* Daltonnál és Mengyelejevnél, Rutherford *atommagja*, majd a sok, fokozatosan felfedezett „elemi" részecske, amelyek közül a legismertebb az elektron, a proton, a neutron és a neutrínók. 1930 és 1960 között sok száz ilyen részecskét fedeztek fel, tehát az *elemi részecske* új, mélyebb szintjére volt szükség, és megszületett a kvarkmodell. Látni fogjuk, hogy a klasszikus részecskéink közül az elektron és a neutrínók valóban elemiek, de a proton és a neutron összetett részecske. Ezt a fejlődést a standard modell (SM) megszületése zárta le a hatvanas évek végén, és máig valamennyi kísérleti adat igazolni látszik.

Tankönyvünkben összegezzük a részecskefizika jelenlegi állását bevezető szinten, fizikushallgatók számára. Az első három részt (legnagyobbrészt Horváth Dezső műve) haladó BSc- és kezdő MSc-hallgatóknak szánjuk, amíg a negyedik, elméleti rész (Trócsányi Zoltán tollából) részecskefizikára szakosodó haladó MSC- és kezdő PhD-hallgatóknak szól, megkísérelve a bevezetést a meglehetősen bonyolult matematikai formalizmusba. A kétlépcsős megközelítésben ugyanazoknak a jelenségeknek egyre mélyebb megértését kínáljuk. Célunk az, hogy átfogó és remélhetőleg felfogható képet nyújtsunk a témáról olyan szinten, amelyet heti 10 órában egy akadémiai év alatt el lehet sajátítani. Ha az olvasónak helyenként olyan érzése támad, hogy nem teljes az adott információ, az nem az elmélet, hanem a szerzők hibája. Az elmélet egészen pontos, és előrejelzéseit minden konkrét kísérleti adat a legnagyobb pontossággal igazolja. A kísérleteket átfogóan összeg-

zi az évente megújított és kétévente újra publikált *Particle Physics Review* [Patrignani et al., 2016]; a mélyebben érdeklődő hallgatóknak elméleti bevezetésként Halzen és Martin [Halzen and Martin, 1984], Collins, Martin és Squires [Collins et al., 1989], valamint Perkins [Perkins, 1982] könyveit ajánljuk. Az utóbbi szemlélteti a klasszikus alapvető kísérleteket is.

A kísérleti részecskefizikát nagyenergiás fizikának is szokták hívni, mert a nagy energiájú részecskék ütköztetése a kísérletek alapvető módszere. Az energiát *elektronvolt, eV* egységben mérjük: erre tesz szert egy elektron 1 V feszültségen való áthaladáskor. Az anyag finomszerkezetének kutatása az optikai mikroszkóppal kezdődött; annak térbeli felbontását az ~ 1 eV energiájú látható fény 10^{-5} m-es hullámhossza korlátozta a baktériumok méretére. Kisebb részletek megismeréséhez rövidebb hullámhossz szükséges: az atomok (10^{-10} m) vizsgálatára röntgen- vagy elektronnyaláb keV energiával (1 keV = 1000 eV), az atommagéra (10^{-14} m) már MeV (10^6 eV) és GeV (10^9 eV) közöttiekre, amíg az eddig megismert legkisebb összetevőkére, a pontszerűnek feltételezett, de 10^{-18} m-nél kisebb kvarkokéra már TeV (10^{12} eV) felettire. Nagyobb energia rövidebb hullámhosszt, azaz kisebb részletekre való érzékenységet jelent, az anyag szerkezetének finomabb tanulmányozását. Jelen tudásunk szerint az anyag legkisebb alkatrészei, a standard modell alapvető részecskéi valóban elemiek: pontszerűek és belső szerkezet nélküliek.

Mennyiség	MKS	részecskefizika	természetes egység	$\hbar = 1$ $c = 1$
Energia	1 J	$6{,}24 \cdot 10^9$ GeV	GeV	GeV
Lendület	1 kg m/s	$5{,}61 \cdot 10^{26}$ GeV/c	GeV$/c$	GeV
Tömeg	1 kg	$5{,}61 \cdot 10^{26}$ GeV	GeV$/c^2$	GeV
Távolság	1 m	$5{,}07 \cdot 10^{15}$ GeV^{-1}	$\hbar c/$GeV	1/GeV
Idő	1 s	$1{,}52 \cdot 10^{24}$ GeV^{-1}	$\hbar/$GeV	1/GeV
Elektron-töltés	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C	$\sqrt{4\pi\epsilon_0\alpha\hbar c}$	$\sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c\alpha}$	$\sqrt{4\pi\epsilon_0\alpha}$

1. táblázat. A részecskefizika természetes egységei: $\alpha \sim 1/137$ a finomszerkezeti állandó és $\epsilon_0 = 8{,}8 \cdot 10^{-12}$ F/m a vákuum elektromos permeabilitása. Az utolsó oszlopban csak energiaegységek jelennek meg, ami lehetővé teszi, hogy *tömegegységeket* használjunk, a hosszúság egysége például GeV^{-1}

Könyvünkben a részecskefizika *természetes* egységrendszerét[1] alkalmazzuk, amelyben a vákuumbeli fénysebesség és a redukált Planck-állandó egységnyi: $c = 1$, $\hbar = h/(2\pi) = 1$; ebben a rendszerben a távolság és az idő

[1] Egy tudományág természetes egységei más tudományágak művelői számára egészen bizarrak lehetnek!

egysége egyaránt inverz energia, a részecskefizikában meghonosodott rendszerben GeV^{-1} (1. táblázat).

Az 1. táblázat egységeit használjuk tehát két kivétellel. Az első a lendület, amelyet ugyan energiaegységben, például GeV-ben mérnénk, de a félreértés elkerülése végett GeV/c-ben írjuk ki. A másik az elektromos töltés, amelyre többnyire csak a hagyományos, $\sqrt{4\pi\alpha}$ jelölést tekintjük, azaz $\epsilon_0 = 1$-et használunk, de ezek egyike sem okozhat zavart a tárgyalásban.

Tankönyv lévén, nem monográfia, csupán a tudománytörténeti szempontból kiemelt jelentőségű eredeti publikációkra hivatkozunk. Az olvasó, érdeklődési szintjének megfelelően, minden kérdésére választ talál a világhálón, bár elsősorban angol nyelven. Egyszerű magyarázatokat a Wikipédia *http://en.wikipedia.org/* vagy *https://hu.wikipedia.org/wiki/*, a Hyperphysics *http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html* és a Google Scholar *http://scholar.google.com/*) kínál, az inSpire (*http://inspirehep.net/*) viszont a részecskefizika teljes publikációs adatbázisát tartalmazza könnyen kereshető formában. A már korábban emlegetett *Particle Physics Review* [Patrignani et al., 2016] is kitűnő – és főleg megbízható – áttekintő cikkeket tartalmaz. A részecskefizikában a megbízhatóság különösen fontos, hiszen a fizikai kutatás nemzetközi élvonalát képviseli, tehát tele van spekulációval, ellenőrizetlen ötlettel és nem megerősített (többnyire később meg is cáfolt) kísérleti eredménnyel.

A szerzők kutatómunkájuk és a jelen könyv kiadásának támogatásáért köszönettel tartoznak az Országos Tudományos Kutatási Alapprogramoknak (OTKA K101482, K103917, K109703 pályázatok), az új Széchenyi-tervnek (TÁMOP 412D) és a Magyar Tudományos Akadémiának.

I. rész
Részecskefizikai fenomenológia

1. fejezet

Részecskék és szimmetriák

MOTTÓ:

Úgy néz ki, hogy a fizika egyenletei több szimmetriát tartalmaznak, mint a való világ.

(Frank Wilczek)

1.1. Szimmetriák a részecskefizikában

A szimmetriák szerepe a részecskefizikában még fontosabb, mint a kémiában vagy a szilárdtestfizikában. A többi anyagtudományhoz hasonlóan az összetett részecskék szerkezete szimmetriákon alapul, de a részecskefizikában valamennyi jelenséget szimmetriák (illetve invarianciaelvek) vagy azok sérülése segítségével írjuk le: a megmaradási törvényeket, a részecskék belső szerkezetét, a kölcsönhatásokat, sőt még az elemi részecskék tömegét is. *Emmy Noether* tétele szerint a térelméletben folytonos globális szimmetria megmaradási törvényhez vezet. Annak szabadsága, hogy tetszőlegesen vehetem fel a koordináta-rendszerem kezdőpontját, tengelyeinek irányát és az idő kezdőpontját, attól a mérhető fizikai mennyiségek nem változhatnak meg, következik a lendület, a perdület (*impulzusmomentum*) és az energia megmaradása, az elektrodinamika mértékszimmetriája pedig a töltés megmaradásához vezet.

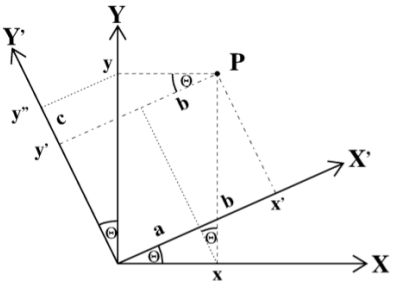
A feles (azaz $S = \frac{1}{2}n\hbar;\ n = 1,\ 2\ldots$) saját perdületű (idegen szóval *spinű*) részecskék, a fermionok szimmetriatulajdonságai merőben különböznek az egész perdületű ($S = n\hbar;\ n = 0,\ 1,\ 2\ldots$) bozonokétól. A fermionok állapotfüggvénye előjelet vált, amikor két azonos fermion kvantumállapotát felcseréljük, a bozonok esetében viszont nincs előjelváltás: tulajdonságaik többi különbsége levezethető ebből. A perdület is furcsa fajzat: az elektron perdülete ugyan hozzáadódik a pályamomentumához, de csak két sajátállapota lehetséges, jobbra (mozgásának irányában) vagy balra (azzal ellenkezőleg) polarizált, mágneses mezőben pedig a tér irányához idomul, megál-

lapodás szerint felfelé vagy lefelé mutat. Így tehát három dimenzióban két adattal jellemezhető, a hosszával és egyik vektorkomponensével.

1.2. Szimmetriacsoportok és perdület

A részecskék jellegzetes tulajdonságait *szimmetriacsoportok* segítségével jellemezzük. A fizika nyelve matematika: a matematikai formalizmus választja el a fizikai elméletet a spekulációtól, mivel az teszi lehetővé olyan számítások készítését, amelyek azután kísérletileg ellenőrizhetők. Egy fizikai elmélet elfogadható, ha számszerű előrejelzéseit *valamennyi* rendelkezésre álló kísérleti adat igazolja.

Mivel a szimmetriák általában a koordináta-rendszer transzformációival szembeniek, a matematikai apparátust is ennek megfelelően választjuk meg. Kézenfekvő példa a kétdimenziós koordináta-rendszer elforgatása a kezdőpontja körül Θ szöggel. Amint azt az 1.1. ábra szemlélteti, az elforgatott rendszerben mért (x', y') koordinátákat a régi (x, y) koordinátákból a következő transzformációval kapjuk:



1.1. ábra. Koordináta-rendszer forgatása két dimenzióban: az $[X', Y']$ rendszert az $[X, Y]$ rendszer Θ szögű elforgatásával kapjuk

$$x' = a + b = x\cos\Theta + y\sin\Theta,$$

$$y' = y'' - c = y\cos\Theta - x\sin\Theta.$$

A P pont mint kétdimenziós vektor tehát a következő transzformáción megy keresztül:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta \cdot x + \sin\Theta \cdot y \\ -\sin\Theta \cdot x + \cos\Theta \cdot y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Ez annyit jelent, hogy az $\binom{x'}{y'}$ vektort az $\binom{x}{y}$ vektor és az előtte levő mátrix szorzataként kapjuk meg. Az ilyen forgatási transzformációk fontos tulajdonsága, hogy nem változtatják meg a vektor hosszát, azaz abszolút értékét, mivel

$$x'^2 + y'^2 = (x^2 + y^2) \cdot (\cos^2\Theta + \sin^2\Theta) = x^2 + y^2.$$

Az a feltétel, hogy a vektor hossza nem változhat meg, azt jelenti, hogy a komplex transzformációs mátrix unitér lesz:

$$U^\dagger U = \begin{pmatrix} U_{11}^* & U_{21}^* \\ U_{12}^* & U_{22}^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} U_{11}^2 + U_{21}^2 & U_{11}^* U_{12} + U_{21}^* U_{22} \\ U_{12}^* U_{11} + U_{22}^* U_{21} & U_{12}^2 + U_{22}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Az ilyen forgatás a következő matematikai tulajdonságokkal rendelkezik:

- *additív*: forgatás Θ_1, majd Θ_2 szöggel ekvivalens $\Theta = \Theta_1 + \Theta_2$ szögűvel;
- összegük *asszociatív*: $(\Theta_1 + \Theta_2) + \Theta_3 = \Theta_1 + (\Theta_2 + \Theta_3)$;
- *egységelemük* van: forgatás $\Theta = 0$ szöggel semmin nem változtat;
- a forgatások megfordíthatók ($\Theta - \Theta = 0$) és az *inverz* elem is része a halmaznak.

A fenti tulajdonságokkal rendelkező halmazokat *csoportoknak* hívjuk. A perdület háromdimenziós mennyiség a forgáscsoport jellemző tulajdonságaival és a matematikai leírása (reprezentációja) $SU(2)$, a Speciális (egységnyi determinánsú), Unitér, 2×2-es komplex mátrixok csoportja. Az $SU(2)$ csoport nemcsak a perdületre használható, hanem más hasonló mennyiségre, például a később bevezetendő *izospinére* is.

A szabadsági fokok növelésével hasonló tulajdonságokkal rendelkező, de magasabb rendű csoportokat kapunk. A következő lépcső, az $SU(3)$ is használatos a részecskefizikában, amely a Speciális, Unitér, 3×3-as mátrixok csoportja.

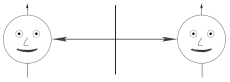
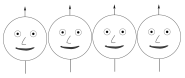
A komplex térben csökkenthetjük is a forgatás szabadsági fokát, akkor az $U(1)$ csoportot kapjuk, amelynek reprezentációja 1×1 unitér mátrixok, azaz egységnyi abszolút értékű komplex számok. Ez az elektromágneses kölcsönhatás *mértéktranszformációinak* csoportja. Az elektromágnesség *mértékszimmetriájának* legegyszerűbb példája az elektrosztatikus potenciál zéruspontjának tetszőleges megválasztási lehetősége, amelyet kiválóan szemléltetnek a magasfeszültségű villanyvezetékeken békésen üldögélő madarak. A Maxwell-egyenletek $U(1)$ mértékszimmetriája vezet az elektromos töltés megmaradásához, a Dirac-egyenleté, a fermionok mozgásegyenletéé pedig a fermionszám megmaradásához [Halzen and Martin, 1984].

1.3. Fermionok és bozonok

A részecskéket különböző tulajdonságok szerint csoportosíthatjuk. A legfontosabb közöttük a spin, amely nem hozható összefüggésbe a részecske forgásával, de hozzáadódik a pályamomentumhoz. Természetes egysége, mint

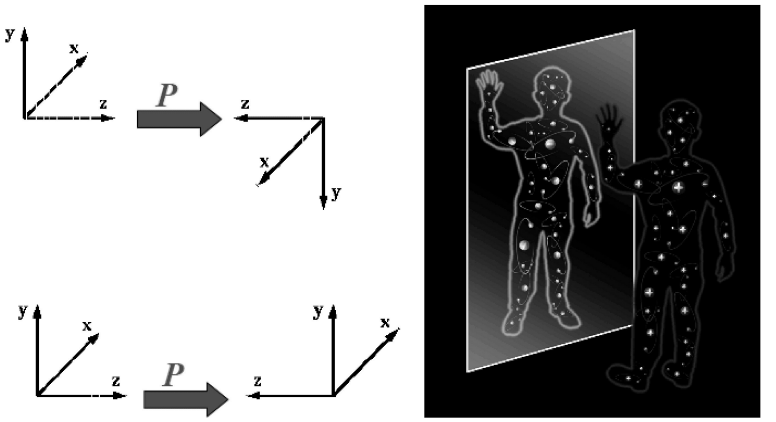
már az Előszóban említettük, a redukált Planck-állandó $\hbar = h/(2\pi)$. A Fermi–Dirac-statisztikát követő *fermionok* spinje fél-egész, azaz $S\hbar$ ($S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots$), a Bose–Einstein-statisztikájú *bozonoké* viszont egész ($S = 0, 1, 2 \ldots$). A fermionok és bozonok igencsak különböző szimmetria- és más tulajdonságokkal rendelkeznek. A fermionok száma megmarad, bozonokat viszont tetszőlegesen kelthetünk és elnyelethetünk: a lámpa ontja a fotonokat, amelyek bozonok, de az elektronokat, amelyek fermionok, ahhoz oda kell vezetnünk és dolguk végeztével el kell hoznunk. Másik alapvető különbség, hogy akárhány bozont elhelyezhetünk ugyanabban a kvantumállapotban, de csak egyetlen fermiont: ez a Pauli-féle *kizárási elv*. Ezért töltenek az atomi elektronok diszkrét energiahéjakat, és ugyancsak ez akadályozza meg, hogy az atomok egymásba hatoljanak, makroszkopikus formát adva tárgyainknak.

Valójában a kizárási elv mögött igen egyszerű matematika lapul. A két fermionból álló rendszer állapotfüggvénye előjelet vált, amikor a fermionok állapotát felcseréljük: $\psi_F(1,2) = -\psi_F(2,1)$, de a bozonok felcserélésekor ez nem következik be: $\psi_B(1,2) = +\psi_B(2,1)$. Ha tehát két fermion valamennyi kvantumszáma azonos, az állapotfüggvényüknek zérusnak kell lennie, mert az az egyetlen függvény, amely nem változik meg előjelváltáskor.

Tulajdonság	fermion	bozon
Perdület ($\hbar$)	fél-egész ($\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ ...)	egész (0, 1, 2, ...)
$\psi(1,2) = \pm\psi(2,1)$	$-$	$+$
Pauli-kizárás	van	nincs
Részecskeszám megmarad	igen	nem
Kondenzáció	 nem	 igen
Statisztika	Fermi–Dirac	Bose–Einstein

1.1. táblázat. A fermionok és bozonok tulajdonságainak összehasonlítása

A 1.1. táblázatban összehasonlítjuk a fermionok és bozonok alapvető tulajdonságait. A standard modell elemi fermionjai a 6-6 lepton és kvark, elemi bozonjai pedig a három kölcsönhatást közvetítő vektorbozonok és a Higgs-bozon.



1.2. ábra. Térbeli tükrözés és paritásváltás (D. Kirkby, APS, 2003 után) jobbkezesből balkezes koordináta-rendszerbe

A standard modell szerint a világunk három fermioncsaládból épül fel, amelyek mindegyike egy-egy kvarkpárt és leptonpárt tartalmaz. A kölcsönhatások mértékszimmetriákból származtathatók és egységnyi spinű (vektor-) bozonok közvetítik őket. Mindegyik fermionnak létezik *antirészecskéje*, amelynek a töltés előjelén kívül valamennyi tulajdonsága egyezik a részecskéjével. Részecske és antirészecske kölcsönhatása szétsugárzáshoz (*annihilációhoz* vezethet. Az elektron és antirészecskéje, a *pozitron* annihilációja két vagy több fotont produkál, a sokkal nagyobb tömegű proton annihilációjakor viszont már sokféle és nagyszámú részecske keletkezik.

Az általunk belátható világegyetemben nagyon kevés az antianyag, ami különbségre utalhat [Cohen et al., 1998] részecske és antirészecske között. Ez a modern fizika egyik megoldatlan rejtélye. Ha volna antianyag-galaxis, az antirészecskéket sugározna, azok pedig a környező kozmikus maradékgázzal és porral annihilálva dicsfénnyel öveznék az antianyag-galaxist, de a csillagászok nem látnak ilyen jelenséget.

1.4. Koordinátatükrözés: paritás

Egy pont mindhárom koordinátájának egyidejű előjelváltása Descartes-koordináta-rendszerben a három koordinátatengely tükrözésének felel meg, amely ekvivalens az egyik tengely irányának megváltoztatásával, azaz áttéréssel a szokásos jobbkezes koordináta-rendszerről balkezesre. Azért hívjuk így, mert akkor az X-tengelyt Y-ba forgatva a jobbcsavar szerint $-Z$-t kapunk Z helyett. Ezt az 1.2. ábra szemlélteti.

A párosság, más szóval *paritás* általános tulajdonsága a fizika matematikai függvényeinek. Bármely $f(x)$ függvény felírható egy páros és egy pá-

ratlan paritású függvény összegeként. Ezt megtehetjük egy Taylor-sor vagy trigonometriai kifejtés segítségével, csoportosítva a páros és páratlan tagokat, vagy egyszerűen az alábbi alakban:

$$f(x) = \tfrac{1}{2}[f(x) + f(-x)] + \tfrac{1}{2}[f(x) - f(-x)].$$

Az r helykoordináták előjelét megcserélő P operátort *paritásoperátornak* hívjuk és az, minthogy önadjungált,

$$P\psi(r,t) = \psi(-r,t); \quad P^2 = 1,$$

természetesen unitér is.

Magától értetődően minden gömbszimmetrikus potenciál, mint például a Coulomb-erő, megőrzi a hatása alatt álló állapotfüggvény paritását. Ilyen V potenciális energia és H Hamilton-operátor esetén

$$V(r) = V(-r) \Rightarrow H(r) = H(-r) \Rightarrow [P,H] \equiv PH - HP = 0.$$

A paritás tehát *jó kvantumszám*[1]. A hidrogénatom hullámfüggvénye például szintén paritás-sajátállapot:

$$PY_{\ell m}(\Theta,\phi) = Y_{\ell m}(\pi - \Theta, \pi + \phi) = (-1)^{\ell} Y_{\ell m}(\Theta,\phi),$$

a sajátértéke $P_{\mathrm{em}} = (-1)^{\ell}$, ahol ℓ a pályamomentum. Mivel a legegyszerűbb elektromágneses átmenet, $E1$, egységnyi pályamomentum-változással jár, $\Delta\ell = \pm 1$, az elektromágneses sugárzás fotonjának legalább $S = 1$ impulzusmomentummal kell rendelkeznie és a paritása alapesetben $P_\gamma = -1$, a foton tehát negatív *saját paritással* rendelkezik (pályamomentuma természetesen lehet és az megváltoztathatja a paritását). Antifermionok, a fermionok antirészecskéi a fermionjaikkal ellentétes paritásúak, az összetett fermionok és bozonok paritását az őket alkotó fermionoké határozza meg[2].

A paritás sajátértéke (*kvantumszáma*) multiplikatív, háromkomponensű rendszerre például $P(123) = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$, és hozzá jönnek még az esetleges pályamomentumok járulékai. Mivel a mezonok kvark+antikvark kötött állapotok, alapállapotban ($\ell = 0$ pályamomentum esetén) a paritásuk $P(\mathrm{q}\overline{\mathrm{q}}) = P(\mathrm{q}) \cdot P(\overline{\mathrm{q}}) = -1$. Megállapodás szerint a három alapállapotú kvarkból álló nukleonok paritása pozitív, $P_{\mathrm{p}} = P_{\mathrm{n}} = +1$, és így a kvarkok paritása pozitív, az antikvarkoké negatív. A J perdületet és a P paritást a

[1] Kvantumszám: olyan fizikai mennyiség, amely csak előre meghatározott adagokban, kvantumokkal tud változni, és amelyek halmazával egyértelműen jellemezhető egy fizikai állapot.

[2] Az alapvető bozonokhoz nem rendelünk antirészecskéket, mert az utóbbiak létezése a fermionokra vonatkozó Dirac-egyenletből következik.

részecskékre J^P formában írjuk fel, tehát például a töltött pionra az $\pi^\pm : 0^-$ lesz.

A 10. fejezetben megtudjuk, hogy paritást csak az elektromágneses és erős kölcsönhatás őrzi meg, a gyenge kölcsönhatás nem; a paritás tehát sérülő szimmetria. Steven Weinberg az ilyent *véletlen szimmetriának* nevezi.

1.5. Töltéstükrözés

A C töltéstükrözés a részecskét antirészecskére cseréli: $C|p\rangle = \pm|\overline{p}\rangle$. Ez is önadjungált, és így unitér operátor, $C^2 = 1$. Az előjelváltás a részecskék valamennyi töltésjellegű kvantumszámára egyszerre vonatkozik: az elektromos, barion- és leptontöltésre, de a perdületre nem. Csak semleges részecskék lehetnek C-sajátállapotok, olyankor a C-paritás a sajátérték. Az erős és elektromágneses kölcsönhatás megőrzi. A semleges pion $C|\pi^0\rangle = C|\gamma\gamma\rangle = |\gamma\gamma\rangle = |\pi^0\rangle$, tehát $C_{\pi^0} = +1$ és nem bomlik három fotonra, mert annak negatív volna a paritása.

1.6. CPT-invariancia

A részecskefizika antirészecskéi matematikailag úgy kezelhetők, mint azonos tulajdonságokkal rendelkező részecskék, amelyek *térben és időben ellenkező irányban* haladnak. Ez egyike a legfontosabb természeti törvényeknek: a fizika törvényei nem változnak meg, ha a töltés (C, *charge*), a paritás (P) és az idő (T) előjelét egyidejűleg megfordítjuk, tükrözzük:

- Töltéstükrözés (részecske $\Rightarrow$ antirészecske), $C\psi(r,t) = \overline{\psi}(r,t)$;
- paritásváltás (jobbkéz $\Rightarrow$ balkéz), $P\psi(r,t) = \psi(-r,t)$; és
- időtükrözés, $T\psi(r,t) = \psi(r,-t)K$, ahol K komplex konjugálást jelez az időtükrözés *antiunitér* tulajdonságának megfelelően (erre visszatérünk a Feladatok között).

Ez a CPT-invariancia. Mivel az időtükrözés antiunitér operáció, CPT is antiunitér, megváltoztatja a rendszer fázisát, de a mérhető mennyiségeket nem. Ennek megfelelően az elektron-pozitron szétsugárzást matematikailag úgy írjuk le, mintha bejönne a képbe egy elektron, kisugározna két-három fotont, és tér-időben kihátrálna a képből. Az elektromos áram mintájára ezt *részecskeáramnak* tekintjük; a fenti példában a bejövő elektron és pozitron leptonáramnak felel meg.

A legegyszerűbb részecskeütközés esetében a két részt vevő részecskeáram bozont cserél. Ezt Heisenberg *határozatlansági relációja* teszi lehetővé, az ugyanis megengedi az energia- és lendületmegmaradás sérülését elegendően kis időbeli és térbeli különbségek esetén: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$ és

$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2$, ahol Δ nagyon kis változást jelez a mögötte álló mennyiségben, és E, p, t, x az energia, lendület, idő és helyzet. A Planck-állandó igen kicsi ($\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ J/s) értéke biztosítja, hogy a makrovilágban teljesülnek a megmaradási törvények. A kölcsönhatást közvetítő bozon lehet sajátállapotban, *tömeghéjon*, vagy lehet *virtuális, képzetes*. A virtuális részecskék hatását is lehet kísérletileg tanulmányozni: például nagyenergiás elektronok egymáson történő ütköztetésénél kvarkpárok keletkeznek, mert az egyik részecske virtuális fotonja virtuális kvark–antikvark párt képez, az egyik töltött kvark elnyel egy fotont, azzal a kvarkpár szét is válik és észlelhető.

A CPT-invarianciát sok kísérleti bizonyíték igazolja. Szerepe annyira lényeges a kvantumtérelméletben, hogy valamilyen kísérleti különbség felfedezésekor a szerzők hajlamosabbak valamelyik megmaradási törvény kicsiny sérülésére gondolni, mint a CPT-invarianciáéra. Éppen a fontossága miatt egyre pontosabb kísérletek vizsgálják. A legpontosabb CPT-teszt máig a semleges kaon és antikaon relatív tömegkülönbsége (11. fejezet), amely 10^{-18} alatti. A CERN, az Európai Részecskefizikai Laboratórium a CPT-invariancia ellenőrzésére építtette fel 1999-ben az *Antianyag-gyárat*, lassú antiprotonok bőséges forrását, ahol több kísérlet állít elő spektroszkópiai célra *antihidrogént*, antiproton és pozitron kötött atomi rendszerét.

1.7. Izospin és ritkaság

Az eleminek gondolt részecskékre vonatkozó egyik legkorábbi megfigyelés a proton és a neutron rendkívüli hasonlósága: csaknem azonos tömegük van, a magerők teljesen egyformán hatnak rájuk. *Werner Heisenberg* vezette be önálló részecskeként a *nukleont*, amelynek két sajátállapota van, a neutron és a proton. Ehhez be kellett vezetnie egy új kvantumszámot; mivel pedig annak szimmetriatulajdonságai a perdületével (spin) azonosak, elnevezték *izospinnek*. Az $I = \frac{1}{2}$ izospin két állapotot ír le: a proton felel meg az $I_3 = +\frac{1}{2}$ állapotnak, a neutron pedig $I_3 = -\frac{1}{2}$-nek.

A kísérleti módszerek fejlődésével egyre több és több erős kölcsönhatásban részt vevő részecskét, *hadront* sikerült megfigyelni, és valamennyihez hozzá lehetett rendelni izospint; csoportosítani lehetett őket hasonló tulajdonságokkal, de különböző töltéssel az izospinjük szerint. A nukleon izospinje $I = \frac{1}{2}$ két egymáshoz nagyon hasonló, de különböző töltésű állapottal az $I_3 = \pm\frac{1}{2}$-nak megfelelően. A legkönnyebb hadron, a pion vagy π-mezon izospinje $I = 1$, három állapota megfelel az $I_3 = 0,\ \pm 1$ vetületeknek, és ennek megfelelően három töltésállapota van: π^-, π^0 és π^+. A Δ-hiperon izospinje $I = \frac{3}{2}$ és négy töltésállapotban létezik:

$$\Delta^- \left(I_3 = -\frac{3}{2}\right),\ \Delta^0 \left(I_3 = -\frac{1}{2}\right),\ \Delta^+ \left(I_3 = +\frac{1}{2}\right),\ \Delta^{++} \left(I_3 = +\frac{3}{2}\right).$$

Tehát az izospin harmadik komponensének egységnyi változása egységnyi töltésváltozást jelent.

Később előkerült egy harmadik hasonló kvantumszám, amelyet *ritkaságnak* (*strangeness*, S) neveztek el. Nagyenergiás protonok ütközéseiben az erős kölcsönhatásra jellemző gyakorisággal keletkeztek részecskék párban, amelyek utána a gyenge kölcsönhatásra jellemző, hosszabb élettartammal bomlottak el. V-részecskének is hívták őket, mert amikor semleges formában keletkeztek, töltött részecskepárra bomolva jellegzetes, V betűre emlékeztető, elágazó nyomot hagytak a buborékkamra mágneses terében. A jelenség magyarázatára Gell-Mann és Nishijima[3] bevezették az S kvantumszámot, amelyet az erős kölcsönhatás megőriz, a gyenge viszont nem. Például a Σ^- hiperon ($S = -1,\ I = 1$) a $\Sigma^- \to \mathrm{n}\pi^-$ reakcióban bomlik $\tau \sim 10^{-10}$ s élettartammal, ugyanakkor a Δ^+ hyperon ($S = 0$) a $\Delta^+ \to \mathrm{n}\pi^+$ bomlik $\tau \sim 10^{-23}$ s élettartammal. Az új kvantumszámot tehát csak a gyenge kölcsönhatás tudja megváltoztatni.

Az izospin és a ritkaság együtt $SU(3)$ csoportot alkotnak, amely lehetővé tette valamennyi addig ismert részecske egységes keretbe foglalását. Magyarázatul *Gell-Mann* és *Zweig* bevezette a hadronok *kvarkmodelljét*. Három új elemi fermion, három kvark (1.2. táblázat) feltételezésével minden addig megfigyelt hadron szerkezetét sikerült értelmezni. Az izospin a két legkönnyebb kvark kvantumszáma lett, és a perdülettel való analógia miatt az $I_3 = +\frac{1}{2}$ állapotot az angol *up* (felfelé) után *u-kvarknak*, az $I_3 = -\frac{1}{2}$ állapotot pedig *down* (lefelé) után *d-kvarknak* nevezték el. A harmadik kvark a hozzá rendelt kvantumszámnak megfelelően *s-kvark* lett. Az izospin és ritkaság három kvantumszámát együtt a kvarkok *ízének* (*flavour*) hívjuk.

A kvarkmodell axiómaként fogadja el, hogy a kvarkok nem létezhetnek szabadon és csak kétféle kötött állapotban: kvark+antikvark párként, ezek lesznek a *mezonok*, illetve három kvark vagy három antikvark kötelékében, azok lesznek a *barionok* és *antibarionok*. A legújabb kísérletekben sikerült négy kvark kötött állapotait, *tetrakvarkokat* is megfigyelni. Mivel a kvarkok feles spinű fermionok, a mezonok egész spinű bozonok lesznek, a barionok pedig feles spinű fermionok. Később rájöttek, hogy a valóságban a mezonok és a barionok szerkezete ennél sokkal bonyolultabb, és például a proton spinjét nem lehet csupán az őt alkotó kvarkok spinjeinek összegeként értelmezni.

A kvarkok különböző polarizációjával (spinük irányítottságával) és a közöttük fellépő pályamomentumokkal gerjesztési sorozatokat kapunk, összhangban a megfigyelésekkel. Ahhoz, hogy megkapjuk a mezonok nullás és a barionok egységnyi barionszámát, valamint a hadronok egységgel változó

[3] A nemzetközi irodalommal összhangban a japán és orosz nevek angol nyelvű alakját használjuk.

elektromos töltését, fel kellett tételezni, hogy a kvarkok $\frac{1}{3}$ barionszámmal (most már *bariontöltésnek* hívjuk) és ugyancsak harmados elektromos töltéssel rendelkeznek: az u-kvark töltése $+\frac{2}{3}$, a d- és c-kvarké $-\frac{1}{3}$. Az antikvarkok töltései ellenkező előjelűek, mint a partnereiké. Így valamennyi részecskének a megfelelő töltés jut: az eddig említett részecskék közül +1 az [uud] összetételű protonnak, 0 az [udd] neutronnak, a három pion összetétele pedig $\pi^+ = [\mathrm{u}\overline{\mathrm{d}}]$, $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathrm{u}\overline{\mathrm{u}} - \mathrm{d}\overline{\mathrm{d}}]$, $\pi^- = [\overline{\mathrm{u}}\mathrm{d}]$. Látjuk tehát, hogy az izospin harmadik komponense hogyan csatolódik az elektromos töltéshez: egy d-kvark kicserélése u-kvarkra egységnyi töltésnövekedést jelent, $+\frac{2}{3} - (-\frac{1}{3}) = 1$.

kvark	J	e_q	B	I_3	S	$Y = B + S$
u	$\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{3}$
d	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{3}$
s	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	-1	$-\frac{2}{3}$

1.2. táblázat. Az első három kvark (u, d és s) fő kvantumszámai: J perdület, e_q elektromos töltés, B bariontöltés, I_3 izospin-vetület, S ritkaság és a később bevezetendő $Y = B + S$ hipertöltés

---

Feladatok

1.7.1

Mennyiben hasonló illetve különböző a perdület és az izospin?

1.7.2

Hogyan hozható összefüggésbe a $T\psi(r,t) = \psi(r,-t)K$ kifejezésében az időtükrözés antiunitér voltára utaló K komplex konjugálás az energia és idő kapcsolatát kifejező $\exp\{-\mathrm{i}Et\}$ fázisszorzóval? Tipp: az energia pozitív mennyiség.

1.7.3

Hogyan lehetséges, hogy a háromdimenziós perdületet két független mennyiség leírja?

1.7.4

Milyen mértékszimmetria biztosítja az elektromos töltés és a fermionszám megmaradását?